

离心风机气动声学分析的一个理论模型和计算方法

刘秋洪, 祁大同, 曹淑珍, 张义云, 闻苏平

(西安交通大学流体机械研究所, 710049, 西安)

摘要: 通过求解具有延迟时间、包含三维流速影响的非齐次波动方程, 得到了离心叶轮气动声学的基本方程. 对气动声源的分析表明, 在离心风机的气动噪声中, 起主要影响作用的是偶极子和四极子声源, 而流动过程中产生的涡是最主要的四极子源. 提出了一种用于分析离心风机气动噪声的声学模型, 即忽略蜗壳进、出口声学软边界的影响, 将蜗壳简化为一个封闭的声学硬边界柱壳, 并推出了柱壳腔体内的格林函数. 利用该函数对离心风机内部由旋转叶轮产生的气动声场进行了时域求解并给出了理论解方程. 在计算出离心风机内部的三维非稳定流场之后, 利用本文模型和理论解方程就可求出与该流场相对应的气动声场.

关键词: 离心风机; 气动声学; 理论模型; 格林函数

中图分类号: O42 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)03 - 0313 - 04

Theoretical Model for Aeroacoustics Analysis of Centrifugal Fans

Liu Qiu hong, Qi Datong, Cao Shuzhen, Zhang Yiyun, Wen Suping

(Fluid Machinery Institute, Xi an Jiaotong University, Xi an 710049, China)

Abstract: The fundamental aeroacoustic equation of the centrifugal impeller was established by solving the inhomogeneous, uniformly moving medium wave equation. Then, the Lighthill's acoustic analogy theory and Powell-Howe's vortex sound theory were applied to the analyses of the aeroacoustic sources of a centrifugal fan. It is shown that the dipole and quadrupole sources are the key factors for the fan's aerodynamic sound, and the vortices inside the fan flow field are the uppermost quadrupole sources. For aeroacoustics analysis of a centrifugal fan, we proposed a theoretical model, i. e. neglecting the influence of sound-soft boundary at the inlet and outlet of a centrifugal fan. The volute was simplified to be a cylindrical cavity with sound hard wall. Finally, Green function in the cylindrical cavity space was presented, and the aeroacoustic solution in the centrifugal fan was deduced in time-domain by using the Green function. According to the calculated results of the three-dimensional unsteady flow in a centrifugal fan, the corresponding sound field may be obtained.

Key words: centrifugal fan; aeroacoustics; theoretical model; Green function

符号表

U	流体介质的平均流速度矢量	v_s, v_w, v_z	流体质点运动的周向速度、相对速度和轴向速度矢量
U_i	流体介质的平均流速度的分量		
f_i	叶片表面作用在流体单位面积上的力的分量	c_0	声速
T_{ij}	广义 Lighthill 应力张量	$Ma_i = \frac{U_i}{c_0}$	i 方向介质运动的马赫数
$V(\)$	包含声源的体积区域	V_s	叶片运动的速度矢量
$S(\)$	$V(\)$ 的界面面积	θ_i	u_i 对 $(t - \)$ 傅里叶变换得到的函数
	叶片上任一点的安装角		

收稿日期: 2003 - 05 - 08. 作者简介: 刘秋洪(1977~),男,博士生;祁大同(联系人),男,教授,博士生导师.

离心风机噪声主要是空气动力噪声,包括涡流噪声和旋转噪声.由于离心风机内部流场的复杂性和非定常性,使得它在空气动力学和气动声学方面的发展都比较缓慢.前人的研究大多集中于旋转噪声,而对涡流噪声的研究较少^[1].随着计算流体力学和计算气动声学的发展,用数值方法研究离心风机气动声学问题^[2]具有必要性和必然性. Duck - Joo Lee 等人数值预测离心风机气动噪声时采用了运动点源的 Lowson 声学方程^[3],忽略了离心风机的四极子声源.通过分析可以看到,四极子声源恰恰反映的是涡流噪声.还有些研究为了简化求解难度,重点模拟叶片尾缘边界层或叶片尾迹辐射的涡流噪声^[4].如何全面建立离心风机内部非定常流场和气动声场之间的关系是目前研究的一个难题.本文给出了离心叶轮气动声学的基本方程,并建立了一种用于分析离心风机气动噪声的声学模型,虽然对其做了一定简化,但在理论上找到了风机内部整体非定常三维流场和气动声场之间的关系,在计算出非定常三维流场之后,就能求得蜗壳内部的气动声场,为分析离心风机的气动噪声建立了理论基础.

1 离心叶轮气动声学的基本方程

假设 $y(r, \theta, z)$ 表示源点, $x(r, \theta, z)$ 表示观察点,声速 c_0 恒定.离心风机内部流场是三维、非定常流场,要得到旋转叶轮产生的气动声场,就应该求解具有延迟时间、包含三维流速影响的非齐次波动方程

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p}{D^2} - \nabla^2 p = \dot{Q}(y, t) \quad (1)$$

$$\frac{D}{D} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla$$

对方程(1),可导出一个广义格林函数求解公式

[若 $\mathbf{x} = \mathbf{V}(t)$]

$$p(\mathbf{x}, t) = \int_{s(t)} d\mathbf{v}(\mathbf{y}, t) G(\mathbf{y}, t | \mathbf{x}, t) dy + \int_{s(t)} d\mathbf{v}(\mathbf{y}, t) \left[G \left(\frac{\partial}{\partial n} + \frac{v_n}{c_0^2} \frac{D}{D} \right) p(\mathbf{y}, t) - p(\mathbf{y}, t) \left(\frac{\partial}{\partial n} + \frac{v_n}{c_0^2} \frac{D}{D} \right) G \right] dS(\mathbf{y}) \quad (2)$$

式中: $v_n = (\mathbf{V}_s - \mathbf{U}) \cdot \mathbf{n}$, 为速度 $\mathbf{V}_s - \mathbf{U}$ 在叶片法线方向上的投影; $G = G(\mathbf{y}, t | \mathbf{x}, t)$ 为格林函数.当考虑固体边界影响时,方程(2)可化简为

$$p(\mathbf{x}, t) = \int_{s(t)} \int_{v_n} \frac{DG}{D} dS(\mathbf{y}) d\mathbf{v} +$$

$$\int_{s(t)} f_i \frac{\partial G}{\partial y_i} dS(\mathbf{y}) d\mathbf{v} + \int_{v(t)} T_{ij} \frac{\partial^2 G}{\partial y_i \partial y_j} dy d\mathbf{v} \quad (3)$$

方程(3)就是离心叶轮气动声学的基本方程,其右端第1项代表流体体积位移产生的声音,是单极子源;第2项代表作用在流体边界上脉动力产生的声音,属于偶极子源;第3项代表体积源产生的声音,是四极子源.

2 离心叶轮气动噪声源分析

对二维薄板叶片,叶片上任意点运动的法向速度为

$$V_s \cdot \mathbf{n} = r \omega \sin \theta$$

由于在叶片表面附近

$$v_s = V_s$$

因此

$$v_n = (\mathbf{V}_s - \mathbf{U}) \cdot \mathbf{n} = [\mathbf{V}_s - (v_s + v_w + v_z)] \cdot \mathbf{n} = - (v_w + v_z) \cdot \mathbf{n}$$

式中: ω 为叶轮旋转的角速度.因为 v_w 和 v_z 均垂直于 \mathbf{n} , 所以有 $v_n = 0$, 即方程(3)的右端第1项为0, 方程变为

$$p(\mathbf{x}, t) = \int_{s(t)} f_i \frac{\partial G}{\partial y_i} dS(\mathbf{y}) d\mathbf{v} + \int_{v(t)} T_{ij} \frac{\partial^2 G}{\partial y_i \partial y_j} dy d\mathbf{v} \quad (4)$$

利用分部积分法对方程(4)求得

$$p(\mathbf{x}, t) = \int_{s(t)} G \frac{\partial f_i}{\partial y_i} dS(\mathbf{y}) d\mathbf{v} + \int_{v(t)} G \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} dy d\mathbf{v} \quad (5)$$

方程(5)说明在离心风机的气动噪声中,起主要影响作用的是偶极子和四极子源.当风机内部流动的马赫数 $Ma \ll 1$ 时,根据 Lighthill 声模拟理论^[5]和 Powell - Howe 涡声理论^[6]有以下关系式存在

$$\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} = \nabla \cdot [(\rho \mathbf{x} \cdot \mathbf{v})]$$

也就是说,流动过程中产生的涡是最主要的四极子源.

3 离心风机蜗壳的一种简化声学模型

离心风机蜗壳的截面形状大多为渐开线型,如果忽略蜗壳进、出口的声学软边界影响,则蜗壳可简化为一个封闭的声学硬壁面柱形壳体(见图1).

方程(3)中的格林函数 $G = G(\mathbf{y}, t | \mathbf{x}, t)$ 应满

足方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 G - \frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 G}{D^2} &= - (t -) (x - y) \\ G = \frac{DG}{D} &= 0 \quad (t <) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在柱壳模型的内壁面上应满足边界条件 $\frac{\partial G}{\partial n} = 0$.

首先考虑满足三维 Helmholtz 方程的函数

$$(\nabla^2 + k^2) = 0 \quad (7)$$

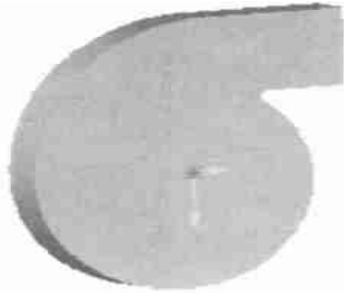


图1 理想柱壳模型

其边界为第二类齐次边界: $\frac{\partial G}{\partial n} = 0$. 对于这样一个方程,存在有一组特征值 k_n ,相应的特征函数 n 满足以下正交条件

$$\int_V \phi_m^* \phi_n dy = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ n & (m = n) \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$n = \int_V \phi_n^2 dy$$

式中: n^* 是 n 的共轭函数.

设 g 为格林函数 $G(y, | x, t)$ 对 $(t -)$ 的傅里叶变换式,即

$$G = \frac{1}{2} \int e^{-i (t -)} g (y / x) d \quad (9)$$

并且满足边界条件 $\frac{\partial g}{\partial n} = 0$.

构造函数

$$g = A_n n (y) \quad (10)$$

此时,上面的边界条件是自动满足的.对方程(6)两边先进行 $(t -)$ 的傅里叶变换,再由傅里叶变换的性质和方程(7)得到以下方程

$$\left[-i \frac{\partial}{\partial y_i} - 2i M a_i k_0 \frac{\partial}{\partial y_i} - M a_j \frac{\partial U_i}{\partial y_i} \frac{\partial}{\partial y_i} - M a_i M a_j \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} + k_0^2 - k_n^2 \right] g = - (x - y)$$

式中: $k_0 = / c_0$. 令 $g = A_n n (y)$,即取式(10)中的一项进行分析.由于 A_n 跟 y_i 无关,可得

$$(k_0^2 - k_n^2) A_n n (y) = - (x - y) \quad (11)$$

将方程(11)两边同乘以 $n^* (y)$,且在体积 V 上积分,利用方程(8)得

$$(k_0^2 - k_n^2) A_n = - \frac{\int n^* (x) n (y) dy}{n}$$

于是

$$g = - \frac{\int n^* (x) n (y) dy}{n (k_0^2 - k_n^2)}$$

将上式特征值用 $k_{m,n,l}$ 表示,特征函数用 $\phi_{m,n,l}$ 表示,则格林函数式(9)可写成

$$G = - \frac{1}{2} \sum_{m,n,l} \frac{\int \phi_{m,n,l}^* (x) \phi_{m,n,l} (y) dy}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2} e^{-i (t -)} \quad (12)$$

4 蜗壳内部声场的时域解

将图1所示的柱壳等效为一个半径为 R 、高为 L 的封闭圆柱壳(见图2).在圆柱坐标 (r, θ, z) 下,采用分离变量法可得 Helmholtz 方程在第二类边界条件下的解为

$$\phi_{m,n,l} = J_m (k_{m,n}) e^{-i m \theta} \cos \frac{L}{L} z$$

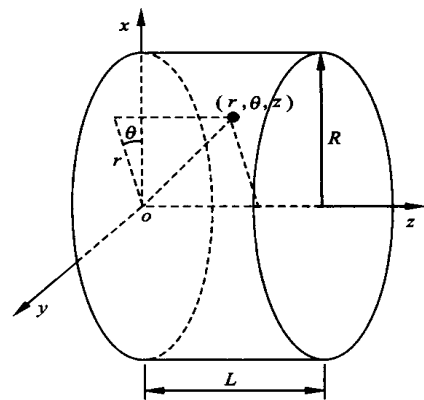


图2 圆柱壳模型

式中: J_m 为 m 阶 Bessel 函数. $k_{m,n}$ 可由下式决定

$$J_m (k_{m,n} R) = \frac{dJ_m (x)}{dx} / x = k_{m,n} R = 0$$

$$k_{m,n,l}^2 = k_{m,n}^2 + (l / L)^2$$

$$\phi_{m,n,l} = \frac{L}{2} \left[R^2 - \frac{m^2}{k_{m,n}^2} \right] J_m^2 (k_{m,n} R)$$

式中: $l, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; n = 1, 2, \dots$

最后可得圆柱腔体内格林函数为

$$G = - \frac{1}{2} \sum_{m,n,l} \frac{J_m (k_{m,n} r) J_m (k_{m,n} r) e^{-i m (t -)} \cos \frac{L}{L} z \cos \frac{L}{L} z}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2}$$

$$\frac{e^{-i(t-\tau)}}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2} d \quad (13)$$

令

$$H(y, x) =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{m,n,l} \frac{J_m(k_{m,n,l}r) J_m(k_{m,n,l}r) e^{-i m(\cdot)} \cos \frac{L}{L} z \cos \frac{L}{L} z}{m, n, l}$$

则有

$$G = \sum_{m,n,l} H(y, x) \frac{e^{-i(t-\tau)}}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2} d \quad (14)$$

若取叶片表面的外法线为正,将方程(14)代入方程(5)可求得

$$p(x, t) = \sum_s \frac{\partial f_i}{\partial y_{i,m,n,l}} H(y, x) \frac{e^{-i(t-\tau)}}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2} d \, dS(y) \, d + \nabla \cdot [(\mathbf{x} \cdot \mathbf{v})]_{m,n,l} H(y, x) \frac{e^{-i(t-\tau)}}{k_0^2 - k_{m,n,l}^2} d \, dy \, d \quad (15)$$

方程(15)即为蜗壳内部气动声场的时域理论解公式。

5 总结

本文以 Lighthill 声模拟理论和 Powell-Howe 涡声理论为基础建立了一种用于分析离心风机气动噪声的理论模型。首先,推导了离心叶轮三维气动声学的基本方程。然后,忽略蜗壳进、出口声学软边界的影响,将蜗壳简化为一个封闭的声学硬边界柱壳并推出了柱壳腔体内的格林函数。最后,利用该函数对

离心风机内部由旋转叶轮产生的气动声场进行了时域求解,并给出了理论解方程。

本文模型的理论解不仅包含偶极子源,还包含四极子源,因此利用本文模型计算的离心风机气动噪声不仅包含旋转噪声,还包含涡流噪声。进行气动噪声计算时,首先要计算出离心风机内部的三维非稳定流场,然后利用本文模型和理论解方程求出与该流场相对应的气动声场。

参考文献:

- [1] Neise W. Review of noise reduction methods for centrifugal fans [J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1982, 104(2): 151 ~ 161.
- [2] Jeon W H, Lee D J. An Analysis of the flow and aerodynamic acoustic source of a centrifugal Impeller [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 222(2): 505 ~ 511.
- [3] Lowson M V. The sound field for singularities in motion [A]. Proceedings of the Royal Society [C]. London: the Royal Society, 1965. 559 ~ 572.
- [4] 陆桂林, 翟冬青. 离心风机气动噪声声压级的理论估算方法 [A]. 钟芳源. 节能低噪轴流/离心风机论文集 [C]. 北京: 机械工业出版社, 1994. 181 ~ 191.
- [5] Lighthill M J. On sound generated aerodynamically [A]. Proceedings of the Royal Society [C]. London: the Royal Society, 1952. 564 ~ 587.
- [6] Howe M S. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute [J]. J Fluid Mech, 1975, 71(4): 625 ~ 673.

(编辑 王焕雪)

(上接第 294 页)

参考文献:

- [1] Nigam N C. Yielding in framed structures under dynamic loads [J]. ASCE J Engng Mech Div, 1970, 96(5): 687 ~ 709.
- [2] Lai S S, Will G T, Otani S. Model for inelastic biaxial bending of concrete members [J]. ASCE J Struc Engng Div, 1984, 110(11): 2 563 ~ 2 584.
- [3] Jiang Y, Saiidi M. Four-spring element for cyclic response of R/C columns [J]. ASCE J Struc Engng Div, 1990, 116(4): 1 018 ~ 1 029.

- [4] 李康宁, 洪亮. 结构三维弹塑性分析方法及计算机程序 CANNY [J]. 四川建筑科学研究, 2001, 27(4): 1 ~ 6.
- [5] 范镜泓. 内蕴时间塑性理论及其新进展(上) [J]. 力学进展, 1985, 15(3): 273 ~ 290.
- [6] 范镜泓. 内蕴时间塑性理论及其新进展(下) [J]. 力学进展, 1985, 15(4): 443 ~ 457.
- [7] 李斌. 钢筋混凝土框支剪力墙结构抗震性能的研究 [D]. 西安: 西安冶金建筑学院建筑工程系, 1988.

(编辑 葛赵青)