

# 递推批量最小二乘在直升机电动舵机故障诊断中的应用

张华君, 韩崇昭

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 针对批量最小二乘在线辨识 Volterra 级数存在计算量大, 数据存储空间占用多的不足, 提出了一种基于递推批量最小二乘的辨识方法. 该方法通过固定观测矩阵的维数来控制数据存储空间的占用, 利用递推辨识的方法避免了对矩阵直接求逆, 减小了计算量. 针对监测对象处于稳定工作状态时, 因观测数据非常相近容易导致观测矩阵出现病态的现象, 引入影响因子的概念对观测数据进行取舍, 以增强辨识数值的稳定性. 通过在直升机电动舵机故障诊断中的实际应用证明了该方法的有效性, 为基于非线性频谱分析的在线故障诊断技术提供了一个重要途径.

**关键词:** 递推批量最小二乘; 故障诊断; 影响因子; 电动舵机

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)02 - 0158 - 04

## Fault Diagnosis Method Based on Recursive Batch Least Square Filter and Its Application to Helicopter's Electric Rudders

Zhang Huajun, Han Chongzhao

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** To reduce the computational complexity of Volterra series on-line identification based on batch least square filter, and to save the data store spaces needed, an identification method based on recursive batch least square filter was proposed and applied to nonlinear fault diagnosis. By means of this method, the data store spaces can be saved via fixing the dimensions of observation matrix, and the computational complexity can be reduced by calculating the inverse of correlation matrix in a recursive way instead of calculating it directly. Meanwhile, in order to prevent the correlation matrix from becoming ill-conditioned, the concept of the effect factor was introduced to select the data such that the numerical stability of the identification was enhanced. The effectiveness of this identification method was illustrated by applying it to the fault diagnosis of certain type of helicopter's electric rudders.

**Keywords:** recursive batch least square filter; fault diagnosis; effect factor; electric rudder

基于非线性频谱分析的故障诊断技术是近几年兴起的一种思想新颖适用面广的非线性系统故障诊断方法<sup>[1~3]</sup>. 它一般利用采集到的批量数据离线进行 Volterra 泛函级数辨识, 得到研究对象的广义频率响应函数 (Generalized Frequency Response Func-

tion, GFRF), 然后将当前对象的 GFRF 频谱图与正常状态对象的 GFRF 频谱图相比较, 进行特征提取, 即可判断出当前对象是否发生了故障, 这实质上是 Volterra 泛函级数的辨识问题. 但是, 利用批量数据离线辨识不仅计算量大, 而且不利于故障

收稿日期: 2003 - 06 - 02. 作者简介: 张华君(1973~), 男, 博士生; 韩崇昭(联系人), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家重点基础研究发展规划“九七三”资助项目(2001CB309403); 教育部博士点基金资助项目(20020698026).

诊断的在线实施.

为此,本文综合批量最小二乘 (Batch Least Square, BLS) 和递推最小二乘 (Recursive Least Square, RLS) 的优点,提出了一种基于递推批量最小二乘 (Recursive Batch Least Square, RBLs) 的 Volterra 级数辨识方法.该方法利用观测矩阵维数固定的 BLS 进行辨识,形式简单,所需数据存储空间小.同时,利用递推求逆方法避免了对矩阵直接求逆,克服了利用 BLS 计算量大的不足,有利于在线辨识.另外,为了避免大维数矩阵由于共线性而导致病态,利用一种影响因子剔除对辨识贡献很小的数据,在一定程度上增强了辨识的数值稳定性.

最后,用直升机电动舵机故障诊断的工程实例验证了该辨识方法的有效性.

## 1 算法介绍

### 1.1 批量最小二乘估计

对于单输入单输出连续非时变因果非线性系统,其动力学特性可用前 3 阶离散时域 Volterra 泛函级数表示为(不考虑直流分量的影响)<sup>[2]</sup>

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h_1(i) x(n-i) + e(n) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1-i} h_2(i, j) x(n-i) x(n-j) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1-i} \sum_{k=0}^{N-1-i-j} h_3(i, j, k) x(n-i) x(n-j) x(n-k) \quad (1)$$

式中:  $y(n)$ 、 $x(\cdot)$  分别为系统的输出和输入;  $h_1(i)$ 、 $h_2(i, j)$ 、 $h_3(i, j, k)$  分别为第 1 阶、第 2 阶和第 3 阶 Volterra 级数核;  $i, j, k$  为系统的时间延迟;  $N$  为核记忆长度;  $e(n)$  为截尾误差.

定义系统的输入矩阵为

$$P(n) = [X(n), X(n+1), \dots, X(n+M-1)]^T$$

$$X(n) = [x(n), \dots, x(n-N+1), x^2(n), 2x(n)x(n-1), \dots, x^2(n-N+1), x^3(n), 3x^2(n)x(n-1), x^3(n-N+1)]^T$$

式中:  $M$  为输入向量的个数.

定义系统的输出向量为

$$Y(n) = [y(n), y(n+1), \dots, y(n+M-1)]^T$$

定义系统的核向量为  $H$ , 它的元素排列次序与  $X(n)$  中的元素排列次序相对应

$$H = [h_1(0), \dots, h_1(N-1), h_2(0,0), h_2(0,1), \dots, h_2(N-1, N-1), h_3(0,0,0), h_3(0,0,1), \dots, h_3(0,0, N-1), \dots, h_3(N-1, N-1, N-1)]^T$$

这样有

$$Y(n) = P(n) H + e(n) \quad (2)$$

可以看出,利用上式求解 Volterra 级数核,实际上是一个标准最小二乘问题<sup>[4]</sup>,即

$$\hat{H} = [P^T(n) P(n)]^{-1} P^T(n) Y(n) \quad (3)$$

利用 BLS 方法在线进行故障诊断实施存在下面的不足.

(1) BLS 方法不可避免地要对自相关矩阵  $P^T(n) P(n)$  进行求逆运算,并且每获得一组新观测数据都需要重复进行求逆运算,计算量大;同时,随着采集数据的增加,观测矩阵  $P^T(n)$ 、 $Y^T(n)$  的维数也会随之增加,这将会占用大量的数据存储空间.

(2) 当系统处于稳定工作状态时,观测数据在某个时间段内往往变化不大,观测矩阵易出现病态,导致较大的辨识误差.

为此,本文提出一种基于 RBLs 的 Volterra 级数辨识方法,其思想如下.

(1) 为了减少数据存储空间的占用,固定观测矩阵  $P^T(n)$ 、 $Y^T(n)$  的维数.

(2) 为了降低计算量,避免对矩阵直接求逆,采用递推的方法,由  $n$  时刻自相关矩阵的逆推导出  $n+1$  时刻的逆.

### 1.2 递推批量最小二乘估计

本文所提出的 RBLs 方法的一个特点是观测矩阵的维数固定,即把  $n+1$  时刻采集的数据分别添加在观测矩阵  $P^T(n)$ 、 $Y^T(n)$  最后一列的后面,同时把  $P^T(n)$ 、 $Y^T(n)$  的第 1 列,即最早时刻的数据去掉.其依据是观测矩阵的第 1 列数据距离当前时刻最远,可认为它对辨识所提供的新息比其他数据少,为了节省存储空间降低计算量,可以将它去掉.

为了叙述方便,重写  $n$  时刻和  $n+1$  时刻系统的输入、输出观测向量

$$\left. \begin{aligned} P^T(n) &= [X(n), X(n+1), \dots, X(n+M-1)] \\ P^T(n+1) &= [X(n+1), X(n+2), \dots, X(n+M-1), X(n+M)] \\ Y^T(n) &= [y(n), y(n+1), \dots, y(n+M-1)] \\ Y^T(n+1) &= [y(n+1), y(n+2), \dots, y(n+M-1), y(n+M)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由  $P^T(n)$ 、 $P^T(n+1)$  和  $Y^T(n)$ 、 $Y^T(n+1)$  可以看到,在相邻时刻,除了  $X(n)$  和  $X(n+M)$  以及  $y(n)$  和  $y(n+M)$  不同外,其他部分的数据是相同的.如果令  $x_L$  表示距当前时刻最远的数据,  $x_p$  表示当前时刻的数据,  $x_c$  表示相同部分的数据,那么可

以把式(4)重新表述为

$$\left. \begin{aligned} P^T(n) &= [X_L, X_C]; P^T(n+1) = [X_C, X_P] \\ Y^T(n) &= [Y_L, Y_C]; Y^T(n+1) = [Y_C, Y_P] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

如果用  $R(n)$  表示  $n$  时刻输入向量的自相关矩阵, 那么

$$\left. \begin{aligned} R^{-1}(n) &= (P^T(n) P(n))^{-1} = (X_L X_L^T + X_C X_C^T) \\ R^{-1}(n+1) &= (P^T(n+1) P(n+1))^{-1} = \\ &= (X_C X_C^T + X_P X_P^T)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

如果令

$$\begin{aligned} S^{-1}(n) &= R^{-1}(n) + X_P X_P^T \\ R^{-1}(n+1) &= S^{-1}(n) - X_L X_L^T \end{aligned}$$

由矩阵反演公式, 如果  $A$ 、 $C$ 、 $A + BCD$  为非奇异方阵, 则以下关系成立

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (7)$$

如果

$$\left. \begin{aligned} S^{-1}(n) &= (A + BCD)^{-1}; A = R^{-1}(n) \\ B &= X_P; C = I; D = X_P^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

把式(8)代入式(7)可得

$$S(n) = R(n) - \frac{R(n) X_P X_P^T R(n)}{I + X_P R(n) X_P^T} \quad (9)$$

同理, 如果

$$\left. \begin{aligned} R^{-1}(n+1) &= (A + BCD)^{-1}; A = S^{-1} \\ B &= X_L; C = -I; D = X_L^T \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

那么, 将式(10)代入式(7)得

$$R(n+1) = S(n) + \frac{S(n) X_L X_L^T S(n)}{I - X_L^T S(n) X_L} \quad (11)$$

式(9)、式(11)构成了矩阵求逆的递推过程. 该过程只涉及矩阵的乘、加运算, 比每次重新直接求逆计算量小.

这样, 利用式(4)~式(11)可得  $n+1$  时刻的 Volterra 核向量的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{H}(n+1) &= R(n+1) P^T(n+1) Y(n+1) = \\ &= [S(n) + \frac{S(n) X_L X_L^T S(n)}{I - X_L^T S(n) X_L}] P^T(n+1) Y(n+1) \end{aligned} \quad (12)$$

初始递推矩阵的设计如下<sup>[5]</sup>.

令  $P^T(0) = [O, I]$ , 其中  $I$  是由  $X(n)$  的维数决定的单位阵. 那么,  $R(0) = (P^T(0) P(0))^{-1} = I$ , 把采集到的数据作为  $P^T(0)$  的最后一列, 即可得到  $P^T(1)$ , 经过递推即可得到  $R(1)$ . 经过  $M$  次递推, 即可消除初始值对辨识精度的影响.

系统处于稳态时, 观测数据在某段时间里可能

非常相近甚至相同, 使得观测矩阵易出现病态, 为此定义影响因子为

$$I(n) = N_c(n) / N_a(n), 0 < I(n) < 1 \quad (13)$$

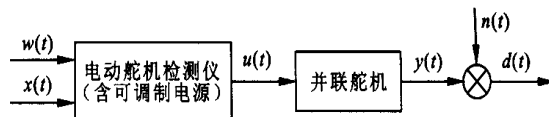
式中:  $N_c(n)$  代表  $n$  和  $n-1$  时刻向量  $X$  中所含相近数据的个数;  $N_a(n)$  代表向量中总数据个数. 如果  $I(n)$  的值较大, 表明观测向量在  $n$  时刻和  $n-1$  时刻的数据非常相似, 则认为  $n$  时刻的观测向量基本不含有改进辨识的新息, 此时不再进行递推运算, 而是保持上次的估计值, 从而保证辨识数值的稳定性.

## 2 工程应用实例

### 2.1 数据采集

在某型直升机舵机检测仪上进行了数据采集, 原理如图 1 所示.

为充分激励舵机的各种模态以保证辨识效果, 设组合正弦激励信号的基频  $f_0$  为 0.075 Hz、0.1 Hz 和 0.15 Hz 3 种, 最高倍频为 16  $f_0$ . 信号幅值约为舵机检测仪给定电压幅值的 0.5%, 不影响舵机正常工作.



$w(t)$  是舵机正常工作信号;  $x(t)$  是多音组合正弦信号;  $u(t)$  是实际输入信号;  $d(t)$  是实际输出信号;  $n(t)$  是噪声(包括量测噪声和观测噪声);  $y(t)$  是舵机输出观测信号

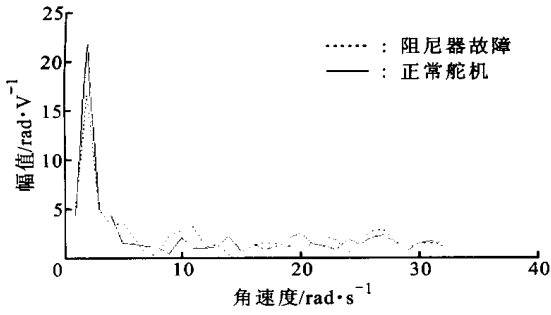
图 1 舵机数据采集原理图

### 2.2 辨识及诊断结果分析

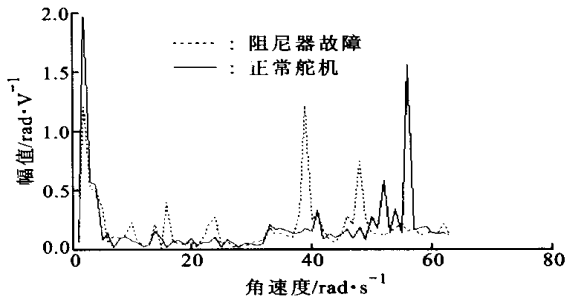
利用 RBLS 辨识方法, 对正常舵机和 2 个处于临界故障状态的舵机进行 Volterra 辨识(其中一个的电机线圈发生故障, 另外一个的阻尼器老化), 得到各自的广义频率响应函数(GFRF)的幅频图如图 2、图 3 所示.

由图 2、图 3 可以看出, 当阻尼器老化时, 舵机线性部分的幅值谱与正常状态舵机的幅值谱相比较变化不明显, 但二阶和三阶核部分的幅值谱却明显有别于正常舵机的幅值谱. 对于电机故障舵机, 其线性部分的幅值变化不明显, 二阶核的幅值变化明显, 而三阶核的幅值变化不是很明显. 把被诊断舵机的幅频图与正常状态舵机幅频图相比较, 进行特征提取, 即可完成舵机的早期故障诊断.

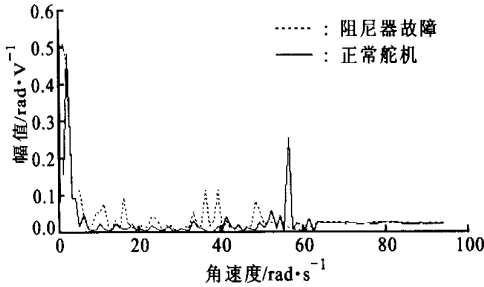
综上所述, 利用本文提出的 RBLS 辨识方法进行非线性故障诊断是有效的.



(a) 一阶幅频图



(b) 二阶幅频图



(c) 三阶幅频图

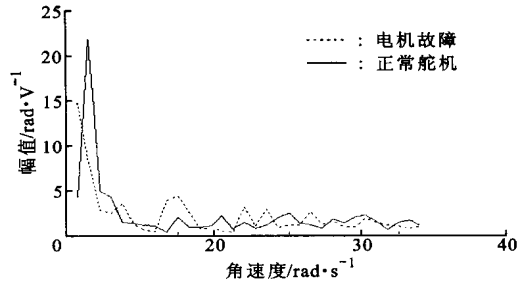
图 2 阻尼器故障舵机与正常舵机的 GFRF 幅频对比

### 3 结 论

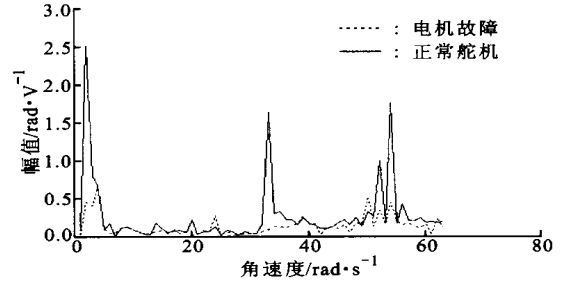
综合 BLS 和 RLS 各自的优点,提出了基于 RBLs 的 Volterra 级数辨识方法.该方法通过固定观测矩阵的维数以及递推求逆的方式,以减少数据存储空间,降低计算量,有利于 Volterra 级数的在线辨识.利用影响因子对数据进行选择,可在一定程度上提高辨识数值的稳定性.最后,用工程实例验证了该方法的有效性.

#### 参考文献:

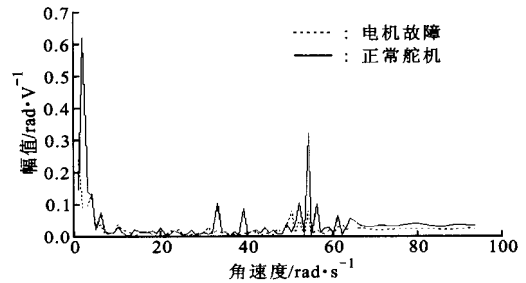
[1] 焦李成.非线性传递函数理论与应用[M].西安:西安电子科技大学出版社,1992.



(a) 一阶幅频图



(b) 二阶幅频图



(c) 三阶幅频图

图 3 电机故障舵机与正常舵机的 GFRF 幅频对比

[2] 韩崇昭,王立琦,唐晓泉,等.一类非线性动态系统的非参数 GFRF 模型辨识[J].控制理论与应用,1999,16(6):816~819.

[3] 唐晓泉.非线性系统频谱分析理论及其在故障诊断中的应用研究[D].西安:西安交通大学电子与信息工程学院,1999.

[4] 韩崇昭,王月娟,万百五.随机系统理论[M].西安:西安交通大学出版社,1989.

[5] Haykin S. Adaptive filter theory [M]. 4th ed. Englewood Cliffs, New Jersey, US: Prentice Hall, 2002.

(编辑 刘 杨)