

多级修正的高机动 Jerk 模型研究

雷 明, 韩崇昭

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 基于 Jerk 模型及当前统计模型, 提出了一种多级修正的高机动 Jerk 模型(MJerk). 在假设机动加速度变化率(即加加速度)为非 0 均值指数相关随机过程的条件下, 通过对 Jerk 模型状态分量作 Taylor 级数展开, 得到了各状态分量的 Jerk 修正方程, 使得机动加加速度对系统各状态分量的作用得到反映, 减小了模型误差. Monte Carlo 数值仿真表明, 在进行高机动目标跟踪时, MJerk 模型的均方根误差比 Jerk 模型的约减小了 20%, 而二者的计算量相当.

关键词: 高机动 Jerk 模型; 当前统计模型; Taylor 级数展开; 目标跟踪

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2006)02-0138-04

Study on Multilayer Modified Highly Maneuvering Jerk Model

Lei Ming, Han Chongzhao

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Based on Jerk model and current statistical model, a multilayer modified high maneuvering Jerk model (MJerk) is derived for target tracking. In the situation that the rate of maneuvering acceleration variety (also named Jerk) is assumed to be an exponentially correlated random process with non-zero mean and the Taylor series expansion is performed on the components of state of the Jerk model, the modified differential equations of the components of state can be obtained, and the influence of the Jerk on the system state is taken into account reasonably, so the model error is reduced to some extent theoretically. The Monte Carlo simulations show that the root mean square (RMS) error of MJerk in maneuver target tracking is reduced by 20 % compared with Jerk, meanwhile the computation complexity of the MJerk is nearly same as Jerk.

Keywords: Jerk high maneuvering model; current statistical model; Taylor series expansion; target tracking

雷达的机动目标跟踪一直是目标跟踪领域的一个研究重点, 主要思想是将目标机动等价于系统的过程噪声扰动, 依据过程噪声统计特性的不同假设形成了不同的运动模型, 较有影响的有 Singer 模型^[1-3]、当前统计模型^[2-4]、半 Markov 模型、Jerk 模型^[5]及高机动 Jerk 模型^[6]等. 上述模型都考虑了目标加速度因素, 文献^[6, 7]进一步考虑了加加速度因素, 但都没有考虑加速度(或加加速度)对位移和速度(或对位移、速度和加速度)的作用. 本文提出多级修正的高机动 Jerk 模型(MJerk), 在各状态分量中

引入了基于加加速度的修正项从而使估计精度得到明显提高, Monte Carlo 仿真结果表明了该模型的有效性.

1 系统模型描述

运动目标的运动方程可用如下方程来描述

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Ub(t) + Gw(t) \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

式中: $t \in R$ 为连续时间索引; $x(t) \triangleq [x(t) \quad \dot{x}(t)]$

$\ddot{x}(t) \quad \ddot{x}(t)]^T$ 为状态向量,其中 $x(t)$ 为位置分量,
 $\dot{x}(t) \triangleq \frac{dx(t)}{dt}$ 为速度分量, $\ddot{x}(t) \triangleq \frac{d^2x(t)}{dt^2}$ 为加速度
 分量, $\ddot{\ddot{x}}(t) \triangleq \frac{d^3x(t)}{dt^3}$ 为加加速度分量(加速度的变化
 率); x_k 为 $x(t)$ 对应的时间离散化形式; F 为状态转移
 矩阵; U 为输入控制阵; G 为噪声输入阵; $b(t)$ 为控制
 向量; $w(t)$ 为系统的扰动噪声向量; z_k 为量测向量; H
 为适当维数的量测矩阵; v_k 为量测噪声向量.

2 模型的提出

2.1 加加速度模型(Jerk 模型)

Jerk 模型^[5]也称为 0 均值一阶 Markov 加加速度
 模型,目标的 Jerk 机动表示目标加速度的变化
 率,即加加速度 $\ddot{x}(t)$. Jerk 模型假设:目标的 Jerk 机
 动 $J(t)$ 为 0 均值的关于时间的一阶 Markov 指数相
 关过程,相关函数为 $R_J(\tau) \triangleq E[J(t+\tau)J(t)] =$
 $\sigma_J^2 e^{-\alpha|\tau|}$,其中 $\sigma_J^2 \triangleq E[J(t)^2]$ 为加加速度的瞬时方
 差, $E[\cdot]$ 表示求期望, $\alpha = \frac{1}{\tau}$ 为机动频率. 对 $R_J(\tau)$
 应用 Wiener-Kolmogorov 白化方法得

$$\dot{J}(t) \triangleq d(\ddot{x}(t))/dt = -\alpha J(t) + w(t), \quad \alpha > 0 \quad (3)$$

式中:噪声 $w(t) \sim N(0, Q_w)$, $w(t)$ 具有自相关函数
 $r_w(\tau) = 2\alpha\sigma_J^2 \delta(\tau) = Q_w \delta(\tau)$. 文献[6]提出,目标 Jerk
 机动 $J(t)$ 为非 0 均值的一阶 Markov 指数相关过
 程,即 $\ddot{x}(t) = \bar{J} + J(t)$,其中 \bar{J} 为 $\ddot{x}(t)$ 的均值, $J(t)$
 服从式(3),于是可得

$$\dot{J}(t) = -\alpha J(t) + \alpha \bar{J} + w(t), \quad \alpha > 0 \quad (4)$$

2.2 本文提出的改进方法

由于系统状态 $x(t)$ 的各分量是关于时间 t 的函
 数,其在时刻 t_0 的 Taylor 级数展开式分别为

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= x(t_0) + (t-t_0)\dot{x}(t_0) + \frac{(t-t_0)^2}{2!}\ddot{x}(t_0) + \\ &\quad \frac{(t-t_0)^3}{3!}\ddot{\ddot{x}}(t_0) + O(t-t_0)^4 \\ \dot{x}(t) &= \dot{x}(t_0) + (t-t_0)\ddot{x}(t_0) + \\ &\quad \frac{(t-t_0)^2}{2!}\ddot{\ddot{x}}(t_0) + O(t-t_0)^3 \\ \ddot{x}(t) &= \ddot{x}(t_0) + (t-t_0)\ddot{\ddot{x}}(t_0) + O(t-t_0)^2 \\ \ddot{\ddot{x}}(t) &= \ddot{\ddot{x}}(t_0) + O(t-t_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $O(t-t_0)^i$ 表示关于 $t-t_0$ 的高阶项.

式(5)中若略去高阶项,并令 $\delta \triangleq t-t_0$ 为非 0 采

样时间间隔,与文献[2]相似,对于 Jerk 机动 $\ddot{x}(t)$,
 记 $\bar{J}(t)$ 为 δ 内的平均加加速度,定义加加速度的
 “纯波动”为 $J(t) \triangleq \ddot{x}(t) - \bar{J}(t)$,假设 $J(t)$ 为 0 均值
 一阶 Markov 过程, $J(t)$ 的指数相关函数为 $R_J(\tau) =$
 $E[J(t)J(t+\tau)] = \sigma_J^2 e^{-\alpha|\tau|}$,其中 $\sigma_J^2 = E[J(\tau)^2]$ 为加
 加速度的瞬时方差, $\alpha = \frac{1}{\tau}$ 为机动频率. 对 $R_J(\tau)$ 应用

Wiener-Kolmogorov 白化法可得 $\dot{J}(t) = -\alpha J(t) +$
 $w(t)$, $\alpha > 0$,其中 $w(t)$ 为 Gauss 白噪声,其统计特性
 与式(3)中的相同. 不失一般性,假定在一采样间隔
 内的平均加加速度 $\bar{J}(t)$ 为一常数,即 $\frac{d\bar{J}(t)}{dt} = 0$,可
 得形如式(4)的方程

$$\ddot{x}(t) = -\alpha \ddot{x}(t) + \alpha \bar{J}(t) + w(t), \quad \alpha > 0 \quad (6)$$

综合式(5)、式(6)可得一个新的连续时间微分方程

$$\dot{x}(t) = D x(t) + C \bar{J}(t) + B w(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) + \delta \ddot{x}(t) + \frac{\delta^2}{2} \ddot{\ddot{x}}(t) \\ \ddot{x}(t) + \delta \ddot{\ddot{x}}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ -\alpha \ddot{x}(t) + \alpha \bar{J}(t) + w(t) \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中: $C = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \alpha]^T$; $B = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$;

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \delta & \frac{\delta^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix}$$

式(7)不但考虑了 Jerk 机动的非 0 均值项
 $C \bar{J}(t)$,还利用 Jerk 机动 $\ddot{x}(t)$ 分别对位置和速度分
 量作了修正. 状态转移阵 D 与文献[5,6]中的是完全
 不同的. 假设 $t_k = t_0 + kT, k = 0, 1, 2, \dots, T \triangleq$
 $t_{k+1} - t_k, x_k \triangleq x(t_k), \bar{J}_k \triangleq \bar{J}(t_k), w_k \triangleq w(\tau), \tau \in [t_k,$
 $t_{k+1})$. 对式(7)进行时间离散化,并令 $\delta \rightarrow T$,得

$$x_{k+1} = A(\alpha, T) x_k + U(\alpha, T) \bar{J}_k + G(\alpha, T) w_k \quad (8)$$

式中

$$A(\alpha, T) \triangleq e^{DT} = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{3T^2}{2} & a_1 \\ 0 & 1 & T & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$U(\alpha, T) \triangleq \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{D(t_{k+1}-\tau)} C d\tau = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T$$

$$G(\alpha, T) \triangleq \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{D(t_{k+1}-\tau)} B d\tau = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4]^T$$

其中 $a_1 = \frac{1}{2\alpha^3} [2 - 6\alpha T + 6\alpha^2 T^2 + e^{-\alpha T} (-2 + 4\alpha T - \alpha^2 T^2)]$

$a_2 = \frac{1}{\alpha^2} [-1 + 2\alpha T + e^{-\alpha T} (1 - \alpha T)]$

$a_3 = \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha}, a_4 = e^{-\alpha T}$

$u_1 = \frac{1}{6\alpha^3} [-6 + 18\alpha T - 18\alpha^2 T^2 + 10\alpha^3 T^3 + e^{-\alpha T} (6 - 12\alpha T + 3\alpha^2 T^2)]$

$u_2 = \frac{1}{2\alpha^2} [2 - 4\alpha T + 3\alpha^2 T^2 + e^{-\alpha T} (-2 + 2\alpha T)]$

$u_3 = \frac{1}{\alpha} (-1 + \alpha T + e^{-\alpha T})$

$u_4 = 1 - e^{-\alpha T}$

$g_1 = \frac{1}{6\alpha^4} [-6 + 18\alpha T - 18\alpha^2 T^2 + 10\alpha^3 T^3 + e^{-\alpha T} (6 - 12\alpha T + 3\alpha^2 T^2)]$

$g_2 = \frac{1}{2\alpha^3} [2 - 4\alpha T + 3\alpha^2 T^2 + e^{-\alpha T} (-2 + 2\alpha T)]$

$g_3 = \frac{1}{\alpha^2} (-1 + \alpha T + e^{-\alpha T})$

$g_4 = \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha}$

噪声项 $G(\alpha, T)w_k$ 的协方差阵为

$$Q_k = \text{var}[G(\alpha, T)w_k] = G(\alpha, T)Q_w G(\alpha, T)^T \tag{10}$$

3 数值仿真及分析

设置仿真时长为 200 s, 目标运动轨迹为 90 s 的常速运动(CV), 速度初值 $\dot{x}_0 = 100$ m/s, 加速度初值 $\ddot{x}_0 = 0$ m/s²; 20 s 的常加速运动(CA), $\dot{x}_{91} = \dot{x}_{90}, \ddot{x}_{91} = 20$ m/s²; 90 s 的 CV, $\ddot{x}_{111} = \dot{x}_{110}, \dot{x}_{111} = 0$ m/s². 过程噪声 $w_k \sim N(0, 1^2)$, 量测噪声 $v_k \sim N(0, 10^2)$. 取采样间隔 $T=1$ s, $\alpha=1$, 目标最大 Jerk 机动为 $J_{\max} \triangleq \max\{\ddot{x}_k\} = 5$ m/s³. 式(8)中 \bar{J}_k 置为 $\hat{\dot{x}}_{k+1|k}$ [6]. 经过 200 次 Monte Carlo 仿真, 以本文的修正 Jerk 模型(MJerk)分别与 Jerk 模型(Jerk) [6], 以及模型集为 CV 和 CA 的交互多模型(IMM-CV-CA) [7] 进行比较, 它们的位置、速度和加速度的均方根(RMS)误差如图 1~图 3 所示. 位置、速度与加速度的 RMS 误差的平均值(分别表示为 $\bar{E}_{\text{rms}}^{(x_k)}$ 、 $\bar{E}_{\text{rms}}^{(\dot{x}_k)}$ 与 $\bar{E}_{\text{rms}}^{(\ddot{x}_k)}$)及计算时间的平均值(表示为 \bar{t})如表 1 所示. 观察图 1~图 3, 在加速度突变处, MJerk 模型比 Jerk 模型有较大的 RMS 误差, 但都比 IMM-CV-

CA 模型的小得多; 在速度稳定阶段, MJerk 比 Jerk 的误差有较大改善. 在计算量上, MJerk 和 Jerk 在每一时间步都只做 1 次 Kalman 滤波运算, 而 IMM-CV-CA 模型在每一时间步则需做 2 次 Kalman 滤波, 再加上模型状态融合和模型概率重初始化阶段的运算, 计算量至少是 MJerk 和 Jerk 模型的 2 倍. MJerk 和文献[6]中的 Jerk 相比, 计算复杂度为同一量级. 从表 1 也可观察到, 在速度与加速度的 RMS 误差上, MJerk 比 Jerk 有约 20% 的减少, 而 200 次 Monte Carlo 的平均计算时间两者则相当接近. 这主要是由于 MJerk 模型考虑了加加速度对加速度、速度与位置的修正作用, 减小了模型误差, 从而提高了计算精度.

表 1 3 种算法的平均跟踪误差及平均计算时间比较

模型	$\bar{E}_{\text{rms}}^{(x_k)} / \text{m}$	$\bar{E}_{\text{rms}}^{(\dot{x}_k)} / \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\bar{E}_{\text{rms}}^{(\ddot{x}_k)} / \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	\bar{t} / s
Jerk	8.472 2	7.073 5	3.244 1	0.015 82
IMM-CV-CA	8.497 3	3.613 4	0.960 3	0.223 14
MJerk	8.465 4	5.054 3	2.244 1	0.017 2

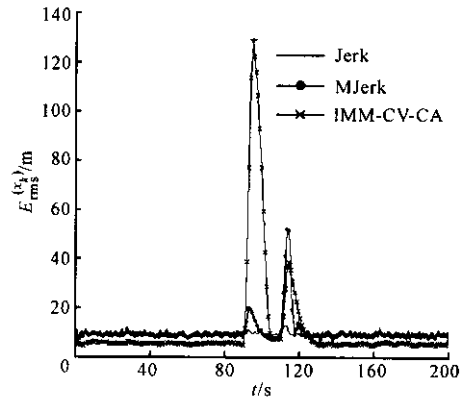


图 1 3 种算法对位置 RMS 误差的比较

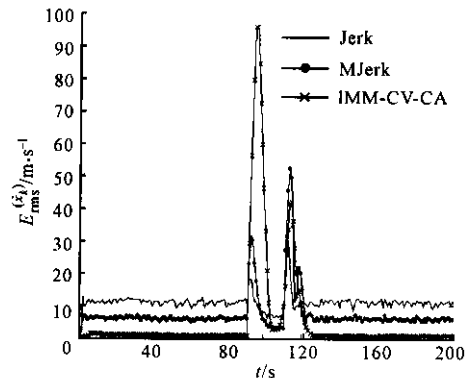


图 2 3 种算法对速度的 RMS 误差的比较

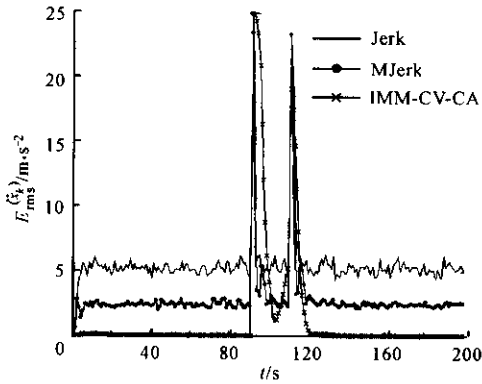


图 3 3 种算法对加速度的 RMS 误差的比较

4 结 论

基于高机动 Jerk 模型及当前统计模型,在假设目标机动加速度变化率(即加加速度)为非 0 均值指数相关随机过程条件下,通过 Taylor 级数展开引入了加加速度对系统各状态分量的修正项,从而得到一种新的多级修正的高机动 Jerk 模型(MJerk)。Monte Carlo 仿真表明,与高机动 Jerk 模型以及具有常加速度模型和常速度模型集的 IMM 滤波相比较,在计算复杂度相同的情况下,MJerk 模型的滤波均方根误差比 Jerk 模型的约有 20% 的减少。

参考文献:

[1] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets [J]. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1970, 6

(5):473-483.

- [2] Li R X, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking, part II: ballistic target models [A]. Drummond O E. Proceedings of the International Society for Optical Engineering on Signal and Data Processing of Small Targets 2001 [C]. San Diego: Proceedings of SPIE, 2001. 559-581.
- [3] Li R X, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking: dynamic models [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39 (4): 1333-1364.
- [4] Zhou H, Kumar K S P. A "current" statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets [J]. AIAA Journal of Guidance, 1984, 7(5): 596-602.
- [5] Mehrotra K, Mahapatra P R. A Jerk model for tracking highly maneuvering targets [J]. IEEE Transactions Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33 (4):1094-1105.
- [6] Qiao Xiangdong, Wang Baoshu. A motion model for tracking highly maneuvering targets [EB/OL]. <http://ieeexplore.ieee.org/ie15/7839/21572/00999767.pdf>, 2002-08-07/2005-04-02.
- [7] Li R X, Bar-Shalom Y. Performance prediction of the interacting multiple model algorithm [J]. IEEE Transactions Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3):755-771.

(编辑 刘 杨)

国家百万伏高压变电设备试验规范研究项目 36 天完成

西安交通大学电力设备电气绝缘国家重点实验室王建华课题组参与的西北地区 750 kV 输变电示范工程已经成功投产。国家将在 750 kV 输变电示范工程基础上建设特高压交流 1 000 kV 试验示范工程,因此我校承担了国家电网公司 1 000 kV 特高压输电工程的高压变电设备试验规范研究项目。在特高压交流 1 000 kV 试验示范工程中,研究制定 1 000 kV 变电设备的出厂、现场交接试验规范,是保证设备质量和工程的安全可靠运行的关键环节,对整个工程的建设具有十分重要的意义。目前 1 000 kV 特高压输电工程在国际上尚无商业性运营,多是试验性研究,无经验可以借鉴。2005 年 9 月 13 日,电力设备电气绝缘国家重点实验室由王建华、李盛涛教授负责,马志瀛等 14 位教授、副教授和研究员组成的科研团队接到项目后,以满腔的热情很快投入到项目中。项目进度按天计算,国庆长假和双休日都在计划之中,2005 年 9 月 13 日—10 月 18 日仅用了短短 36 天的时间,就完成了国家电网公司重大科研项目“1 000 kV 交流特高压变电设备试验规范研究”项目。