

基于齿面参数化表示的准双曲面齿轮的设计

苏智剑, 吴序堂, 毛世民, 李建刚

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

摘要: 为了能将拟合齿面模型用于准双曲面齿轮的设计, 采用加工仿真方法获得了齿面上离散型值点坐标数据, 完成了齿面非均匀有理 B 样条的曲面拟合. 依据准双曲面齿轮的主动设计原理, 解决了在已知齿面的 NURBS 表示、齿面接触迹线和传动比函数的条件下来设计未知齿面的关键技术, 给出了基于离散化齿坯模型的加工仿真算法, 将齿面的接触分析问题转化成一个优化问题, 从而构建了齿面接触分析模型, 并在其中采用啮合点法线与啮合点间连线之间的夹角趋于 0 的条件替代了法线重合条件. 研究表明, 齿面的 NURBS 表示模型可以作为面向准双曲面齿轮设计与制造过程的统一模型, 以该模型为基础, 可以完成齿面设计、数控机床刀位数据生成和坐标测量路径规划等一系列重要工作.

关键词: 准双曲面齿轮; 齿面; 非均匀有理 B 样条曲面; 主动设计; 加工仿真

中图分类号: TH132.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2005)01-0017-04

Design of Hypoid Gear Tooth Surface Represented by Non-Uniform Rational B-Spline Polynomial

Su Zhijian, Wu Xutang, Mao Shimin, Li Jiangan

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order that the digital tooth surface model can be used in design of hypoid gear, based on the discrete tooth surface points obtained by computerized simulation, a mathematical model is established by non-uniform rational B-spline(NURBS) polynomial and it can be employed in the processes of designing, manufacturing and measuring. This digital model and the function-oriented active design technique have been combined to form a new designing method for hypoid gears. According to the theory of the function-oriented design of hypoid gear, the mathematical models and algorithms of machining process simulation, design and analysis meshing and contact have been proposed for the tooth surface represented by NURBS surface. The new theory and method have a good adaptability to computerized numerical control(CNC) bevel gear cutting machines and coordinate measurement machine(CMM) and can be used to create the initial machine tool cutting location data or measurement path planning. An actual example is provided to verify its correctness.

Keywords: hypoid gear; tooth surface; non-uniform rational B-spline surface; function-oriented design; simulation

为了使准双曲面齿轮的齿面形式不被限制在刀倾法和变形法的齿面形式上, 文献[1]提出了准双曲面齿轮的主动设计理论, 该理论解决了如何在已知齿面 1 及其上接触迹线和传动要求的条件下, 求解与之局部共轭的未知齿面 2 的问题. 为了进一步开

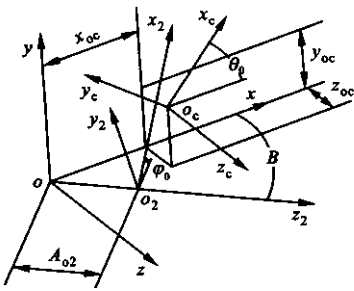
展对主动设计齿面的制造及测量技术等方面的研究, 本文提出了基于齿面非均匀有理 B 样条(Non-uniform Rational B-Spline, 简称 NURBS)表示的准双曲面齿轮设计方法, 并完成了相应技术的研究及程序设计工作.

1 准双曲面齿轮齿面的 NURBS 表示

如果要完成基于齿面 NURBS 表示的准双曲面齿轮的主动设计,必须首先完成对已知齿面 1 的 NURBS 表示.

要实现齿面的 NURBS 表示,首先要在保证精度的前提下,获得齿面上一组离散点的三维数据.准双曲面齿轮齿面离散点数据的求取与其设计与加工方法有关,文献[2]指出齿面离散点数据的获得可以采用 3 种方法:①由展成齿面方程生成;②由三坐标测量得到;③由仿真程序给出.本文采用了第 3 种方法来计算齿面的离散控制点.

本文中的仿真计算程序是依据理想的数控铣齿机结构及加工过程来设计的,所采用的坐标系如图 1 所示.其中, $o\text{-}xyz$ 坐标系为机床坐标系, x 、 y 、 z 是刀盘的 3 个平动轴. $o_2\text{-}x_2y_2z_2$ 是工件坐标系,机床的 A 轴为工件的旋转轴,它与 z_2 轴重合,机床的 B 轴为工件安装摆动轴,它过 o_2 点且与 y 轴平行.



o_2 : 工件的设计分锥顶点; $o_c\text{-}x_c y_c z_c$: 刀具坐标系; x_{oc} 、 y_{oc} 、 z_{oc} : 刀盘中心 o_c 在机床坐标系下的坐标; A_{o2} : 安装距;
 φ_0 : 工件的初始转角; θ_0 : 刀盘的初始转角

图 1 仿真计算坐标系

为了设计出通用的仿真程序,同时简化计算过程,在仿真过程中,本文将准双曲面齿轮的轮坯离散为 n 个同心圆族,其数学模型为

$$\left. \begin{aligned} x_i^2 + y_i^2 &= r_i^2 \\ z_2 &= z_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

将切齿刀盘的内外切剖面简化成如图 2 所示的 2 个

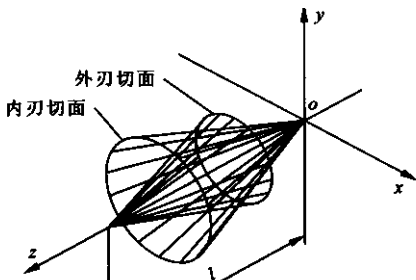


图 2 刀盘坐标系

锥面,在刀盘坐标系下的内刃锥面方程为

$$x_c^2 + y_c^2 = z_c^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{01in} \quad (2)$$

同理可得外刃锥面方程

$$x_c^2 + y_c^2 = (l - z_c)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{01out} \quad (3)$$

式中: l 为内刃锥面锥顶到外锥面锥顶间的距离;
 α_{01in} 、 α_{01out} 分别为内外刀片的齿形角.

联立式(1)和式(2),或者联立式(1)和式(3)就可以建立准双曲面齿轮的加工仿真数学模型,即求解表示轮坯的同心圆族与刀盘切削面的 2 个锥面交点的方程组.对于该模型的求解,本文采用了逐点扫描法和二分法.采用仿真数学模型及算法求解准双曲面齿轮齿面离散点过程中的关键技术,是如何根据刀盘轴向尺寸约束和解的位置来对仿真计算解的合理性进行判别.将仿真数学模型和齿面解析方程求解出的齿面离散点相比较,加工仿真数学模型的计算精度略低,但实例的计算误差均小于 10^{-8} mm.

在已知准双曲面齿轮齿面上的离散点坐标数据后,反求对应的 NURBS 曲面问题被称为 NURBS 曲面的插值问题[3],本文仅对准双曲面齿轮齿面的 NURBS 曲面拟合过程中涉及到的边界条件的处理问题进行讨论.选取什么样的边界条件建立补充方程不但和已知条件有关,更重要的是和拟合的精度有关,采用非节点条件[4]不但解决了补充方程的自动构建问题,同时还获得了较高的拟合精度,其实例计算的主曲率计算误差可以准确地控制在 $10^{-8} \sim 10^{-14}$ mm 之内.

2 齿面接触点处的参数计算

有关主动设计的基本原理、设计步骤及相应的公式在文献[1,5]中已有详细的论述,本文不再讨论.下面仅把齿面采用 NURBS 表示后出现的新特点给予必要的说明.

在齿面 1 采用 NURBS 参数曲面表示后,首先可以快速地计算齿面 1 上接触点的坐标、单位法矢、主曲率、短程挠率和接触迹线上各点的切矢方向,及其对应的法曲率和短程挠率,并且整个计算过程可完全实现通用化和计算机化[3].其次,在求解齿面 2 上接触点二阶参数的过程中,一些重要参数可采用下列方法计算.

(1)在齿面 1($r(u, v)$),上接触迹线的单位切矢为

$$t_1^{(1)} = r_u \frac{du}{dv} + r_v \quad (4)$$

(2)齿面 1 上沿接触线的 $t_1^{(1)}$ 和相对 $v^{(12)}$ 方向的

法曲率和短程挠率可采用式(5)和式(6)计算

$$k = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2} \quad (5)$$

$$\tau = \frac{(EM - FL)\lambda^2 + (EN - GL)\lambda + (FN - GM)}{D(E\lambda^2 + 2F\lambda + G)} \quad (6)$$

式中: $D^{[3]} = EG - F^2$; $\lambda = \frac{du}{dv}$; E, F, G 为曲面的第 1 基本量; L, M, N 为曲面的第 2 基本量.

(3) 齿面 1 上各点的主曲率为

$$k_1 = H + (H^2 - K)^{1/2} \quad (7)$$

$$k_2 = H - (H^2 - K)^{1/2} \quad (8)$$

其中

$$K = (LN - M^2)/(EG - F^2)$$

$$H = (EN - 2FM + GL)/(EG - F^2)$$

(4) 各切矢、速度矢量方向与曲面主方向的夹角 θ 可由下式计算

$$k = k_1 \sin^2 \theta + k_2 \cos^2 \theta \quad (9)$$

除上述计算公式和方法外,其余计算过程和公式与文献[1,5]相同,最终求出在齿面 2 上接触迹线各点的主曲率 $k_1^{(2)}$ 、 $k_2^{(2)}$ 和主方向 $e_1^{(2)}$ 、 $e_2^{(2)}$.

3 未知齿面 2 的 NURBS 表示及齿面的接触分析

依据准双曲面齿轮主动设计理论,在获得齿面 2 接触迹线上的一阶和二阶参数后,可将工件转角 φ_2 设为已知参数,则图 1 中数控铣齿机的其他 4 个工作轴所需刀位数据由下列分段函数式给出

$$\left. \begin{aligned} x_{oc} &= f_1(\varphi_2) = a_{i0} + a_{i1}\varphi_2 + \dots + a_{i5}\varphi_2^5 \\ y_{oc} &= f_2(\varphi_2) = b_{i0} + b_{i1}\varphi_2 + \dots + b_{i5}\varphi_2^5 \\ z_{oc} &= f_3(\varphi_2) = c_{i0} + c_{i1}\varphi_2 + \dots + c_{i5}\varphi_2^5 \\ \beta &= f_4(\varphi_2) \end{aligned} \right\} (10)$$

式中: $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} (j=0,1,5)$ 为刀位数据的系数; β 为小轮轴线的摆动角. 根据式(10),可以采用上述仿真加工方法来获得未知齿面 2 的齿面离散点数据,然后采用拟合方法,就可以得到未知齿面 2 的 NURBS 表示.

本文采用复合形法作为 TCA(Tooth Contact Analysis)的基本算法,与传统的 TCA 方法相比,拟合齿面的 TCA 技术主要解决由拟合齿面不够光滑而造成的计算程序收敛速度较慢的问题^[6]. 为此,本文将 2 个计算点间的连线与其中一个点处的法线之间夹角的大小作为优化目标

$$\min_{\varphi} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 +$$

$$(z_1 - z_2)^2} / |1 - \cos \alpha| \quad (11)$$

式中: α 为两啮合点之间连线与第 1 点处的单位法矢之间的夹角.

4 计算实例

已知大轮齿面上接触点的迹线在齿轮轴截面旋转坐标系中的投影为一直线,设其上任一点的坐标为 (R_1, H_1) , 则直线方程为

$$f_1(R_1, H_1) = R_1 + H_1 \operatorname{tg} \gamma - R_{10} - H_{10} \operatorname{tg} \gamma = 0 \quad (12)$$

式中: γ 是接触迹线与齿高方向的夹角; H_{10} 和 R_{10} 是齿面设计基准点的坐标. $\gamma = 60^\circ$, $H_{10} = 3.4 \text{ mm}$, $R_{10} = 168.619 \text{ mm}$. 齿轮副的传动规律为

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{6}{38} \varphi_2 \pm 0.000 2 \varphi_2^2 \quad (13)$$

齿面接触椭圆长轴的长度为 12 mm,大轮采用成型法加工,齿轮的几何参数如表 1 所示.

表 1 齿轮实例计算的主要几何参数

参数名称	大轮	小轮
齿数/个	38.000	6.000
正车齿面法向压力角/(°)	20.500	20.500
倒车齿面法向压力角/(°)	20.500	20.500
分锥角/(°)	78.850	10.870
面锥角/(°)	79.350	14.866
根锥角/(°)	74.766	10.383
齿宽中点螺旋角/(°)	36.982	50.000
齿宽中点锥距/mm	168.619	171.059
齿宽中点齿顶高/mm	1.132	11.053
齿宽中点齿根高/mm	12.607	2.702

在大小轮的齿面上分别采集了 60 个离散点,并对其进行了 NURBS 曲面拟合和主动设计,设计结果如图 3、图 4 所示. 与传统的准双曲面齿轮设计结果不同,齿面采用 NURBS 表示之后,大小齿轮齿面的设计结果都可以表示为一组三维控制点及其对应

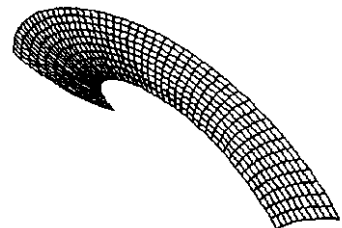


图 3 小轮齿面的 NURBS 表示

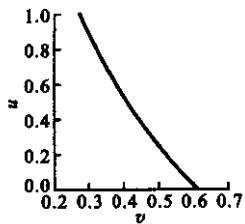


图 4 小轮齿面接
触点对应的
 u, v 值

相差均小于 $10^{-5} (^{\circ})$ (见图 5)。

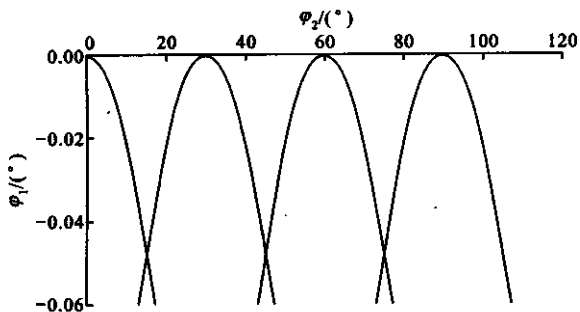


图 5 大轮转角的误差曲线

5 结 论

本文在准双曲面齿轮主动设计理论的基础上,

研究了基于齿面 NURBS 表示的准双曲面齿轮共轭齿面的设计问题,给出了相关的设计理论及方法,为建立面向准双曲面齿轮设计、制造及测量的统一齿面模型奠定了技术基础,实现了基于齿面 NURBS 表示的全套设计技术和方法。最后,通过一个实例验证了论文所提出的理论及方法的正确性。

参考文献:

- [1] 吴训成. 基于功能需求的弧齿锥齿轮齿面主动设计与先进制造技术研究[D]. 西安:西安交通大学机械工程学院, 2000.
- [2] 李左章,王延忠,周云飞,等. 螺旋锥齿轮啮合齿面接触点求解算法研究[J]. 华中理工大学学报, 2000, 28(6):101-103.
- [3] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京:科学出版社, 2000. 152-160.
- [4] 王 飞. 三次 B 样条反算的一种简便方法[J]. 北京邮电大学学报, 1996, 19(3):83-88.
- [5] 吴训成,毛世民,吴序堂. 点啮合齿面主动设计理论和方法[J]. 机械科学与技术, 2000, 19(3):347-349.
- [6] Zhang Y, Litvin F L. Computerized analysis of meshing and contact of gear real tooth surfaces [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(9):667-682.

(编辑 管咏梅)

(上接第 8 页)

行状态及故障有关,而主要分布在某一个或几个区域内,其中包含了电机声音和轴承声音信号。

3 结 论

本文从盲声源的独立性出发,基于联合概率的分布密度,提出了一种实现盲源分离的方法。通过对模拟声音及试验台声音的分析表明,本文的盲源分离方法不仅分离速度快,而且分离效果明显,分离结果可进一步用于设备故障的诊断。

参考文献:

- [1] 洪 波,唐庆玉,杨福生,等. ICA 在视觉诱发电位的少次提取与波形分析中的应用 [J]. 中国生物医学工程学报, 2000, 19(3):102-104.
- [2] Comon P. Independent component analysis: a new concept [J]. Signal Processing, 1994, 36(3):287-314.
- [3] Bell A J. An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution [J]. Neural Computation, 1995, 7(6):1 129-1 159.
- [4] Hyvarinen A, Oja E. Independent component analysis: algorithms and applications [J]. Neural Networks, 2000, 13(4-5):411-430.

(编辑 管咏梅)