

# 基于地磁定轨和扩维卡尔曼滤波的导航算法

赵敏华<sup>1</sup>, 石 萌<sup>1</sup>, 曾雨莲<sup>1</sup>, 黄永宣<sup>1</sup>, 李济生<sup>2</sup>

(11 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 西安卫星测控中心, 710043, 西安)

**摘要:** 为了克服扩展卡尔曼 (Kalman) 滤波算法对噪声统计特性的约束, 针对磁强计量测噪声为有色噪声伴常值干扰的特性, 提出了一种基于扩维 Kalman 滤波算法的地磁导航算法. 该算法为了使量测噪声白噪化, 引入了 2 个新的状态变量, 此时测量噪声是均值为 0 的高斯白噪声, 并满足扩展 Kalman 滤波算法的约束条件. 对由此构成的系统使用扩展 Kalman 滤波算法, 可以得到扩维 Kalman 定轨导航算法, 利用该算法可以获得国产磁强计的导航精度, 其地心距模的估计误差为 20 km, 速度模的估计误差为 10 m/s. 卫星的实测数据仿真结果表明, 该导航算法具有较好的稳定性和收敛性, 克服了扩展 Kalman 滤波算法的发散问题.

**关键词:** 地磁导航; 扩维卡尔曼滤波算法; 卫星; 国际标准地磁场

**中图分类号:** V249 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)12 - 1315 - 04

## Navigation Algorithms Using Magnetometers and Augmented Kalman Filtering

Zhao Minhua<sup>1</sup>, Shi Meng<sup>1</sup>, Zeng Yulian<sup>1</sup>, Huang Yongxuan<sup>1</sup>, Li Jisheng<sup>2</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi an Jiaotong University, Xi an 710049, China;

2. Xi an Satellite Control Center, Xi an 710043, China)

**Abstract:** In order to overcome the noise restriction of the extend Kalman filtering, an augmented navigation algorithm is established. As the magnetometer's measurement disturbance includes color noises with constant disturbance, based on satellite orbit motion equation with earth-fixed coordinate, two new state variables for white noise shaping are introduced in this algorithm, and the extended Kalman filtering is used to form the navigation model for the magnetometer-based satellite navigation system. The results of testing augmented Kalman filtering with actual magnetometers are presented. It is validated that this algorithm owns better reliability and convergence. The position estimation errors can be converged within 20 km, and the velocity estimation errors can be converged within 10 m/s. It can be concluded that the algorithm solves the divergence problem of extend Kalman filtering.

**Keywords:** magnetometer navigation; augmented Kalman filtering algorithm; satellite; international geomagnetic reference field

卫星自主导航技术是卫星自主性的重要方面, 是当今卫星控制技术发展的热点<sup>[1]</sup>. 鉴于传统的定轨方法成本较高, 因此迫切需要研究高效率且低成本的定轨技术, 利用磁强计定轨正是为了满足这一要求而展开的研究.

通过测量卫星所在位置的地磁场强度自主地确定卫星轨道的方法<sup>[2~12]</sup>, 是 Pasiaki 和 Bar - Itzhack 于 20 世纪 90 年代初首先提出来的<sup>[2~9]</sup>, 其中的滤

波方法基于的是扩展卡尔曼 (Kalman) 滤波算法、最小二乘法或贝叶斯方法. 本文针对国产磁强计量测噪声为有色噪声伴常值干扰的特性, 提出了基于地磁定轨的扩维 Kalman 导航算法.

### 1 磁强计定轨原理分析

3 轴磁强计是一种可靠、廉价的姿态敏感器, 对地球的磁场强度很敏感. 如果分别测得不共面的 3

个方向上的地磁分量强度,就能测得地磁矢量的方向和强度,由此可获得地磁参考矢量在卫星本体坐标系中的方位,包含在磁场强度中的基本信息类似于高度的位置信息.地磁场模型的简化偶极子形式表明,每个给定的磁场强度都对应一个椭圆形的等高线,卫星的位置可能是这个等高线上的某一点,卫星的位置随时间变化,不可能始终处在一个等高线上,因此通过对地磁场矢量的测量,就可获得卫星轨道的信息,经对地磁场多次测量,利用推广的 Kalman 滤波方法就可以确定卫星的运行轨道.

### 111 地磁场模型

为了估计地磁场的大小,就要了解地磁场的性质并建立地磁场的数学模型.

地磁场按其起源可分为内源场和外源场,内源场是由地球内部结构产生的,外源场则由地球附近的电流体系产生的,如电离层电流、环电流、磁层顶电流等,它受诸如太阳活动、磁暴等多种因素的影响而不断变化.

地磁场的分析方法是在大量的测量数据的基础上提出来的.高斯对地磁场的大量测量数据进行了研究,提出了球谐波分析方法,并给出了描述地磁场的球谐波模型<sup>[13]</sup>.

对于近地卫星,由于轨道高度在 1 000 km 之内,静年时的外源场强度最多是内源场的 1/1 000,有强扰动时也仅占内源场的 1/100,从工程应用观点看,这种外源场的影响可以忽略.如果略去外部磁场的影响,则地磁场的磁位

$$V_m(R, \theta, \phi) = R_e \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{R_e}{R} \right)^{n+1} \cdot (g_n^m \cos m\theta + h_n^m \sin m\theta) p_n^m(\cos \theta) \quad (1)$$

式中:  $g_n^m$ 、 $h_n^m$  为高斯系数,  $g_n^m$ 、 $h_n^m$  随地球内部的运动变化而缓慢变化,需要根据测量数据加以修正;  $\theta$  是地心余纬;  $\phi$  是东经;  $p_n^m(\cos \theta)$  是  $n$  次  $m$  阶的缔合 Legendre 多项式 ( $m \leq n$ ).

### 112 导航滤波器观测方程

利用 3 轴磁强计确定轨道,只需关心卫星所在处地磁场的大小,即利用磁强计测量卫星所处位置的地磁场矢量在卫星本体系中的 3 个分量,求出地磁场矢量的大小,并比较此值与国际地磁场模型 (2000 IGRF) 之间的差值,由此获得导航信息.

3 轴磁强计的测量值为

$$h = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{1/2} \quad (2)$$

导航算法取测量模型

$$z(k) = h[B(X(k), t_k)] + v(k) \quad (3)$$

为观测方程,其中  $B$  是按国际地磁场模型 (IGRF) 计算的地磁场矢量,  $v(k)$  是 0 均值高斯白噪声.对式 (2) 线性化,求得其测量矩阵

$$H(k) = \frac{\partial h(B)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(B)}{\partial B} & \frac{\partial h(B)}{\partial R} & \frac{\partial h(B)}{\partial X} \end{bmatrix}_{X=\hat{X}(k/(k-1))} \quad (4)$$

式中:  $R$  为卫星在地固坐标系中的位置矢量;  $X = [x, y, z, \hat{U}, \hat{V}, \hat{W}]^T$  表示卫星在地心固连坐标系中的状态变量.

## 2 扩维 Kalman 地磁定轨算法

### 211 基本定轨算法

地磁导航方法一般适用于近地轨道卫星 ( $h < 1\,000$  km),其轨道动力学方程为

$$\dot{X} = f(X, t) \quad (5)$$

式 (5) 经线性化和离散化可得到状态方程

$$X(k+1) = (k, k-1) X(k) + (k) \quad (6)$$

式中:  $(k, k-1) = I + F_k T$  为状态转移矩阵,  $F_k = \frac{\partial f[X(t_k), t_k]}{\partial X(t_k)} \Big|_{X=\hat{X}(k/(k-1))}$ ;  $(k)$  为系统模型噪声,并假定它为高斯白噪声.在本文中,我们仅考虑  $J_2$  摄动,其模型噪声协方差矩阵可近似为  $Q = \text{diag}(o(10^{-6}))$ .

根据观测方程 (3) 和状态方程 (6),使用扩展 Kalman 滤波算法即可求得基本地磁定轨算法,但前提是假定系统噪声和观测噪声为 0 均值高斯白噪声.经过对实测数据的分析发现,实际的观测噪声为有色噪声,同时伴有常值干扰,此时使用扩展 Kalman 滤波算法会造成滤波无法收敛.就此,本文提出了扩维 Kalman 定轨算法.

### 212 扩维 Kalman 定轨算法

经过对实测数据的分析可知,测量噪声的模型由一阶马尔柯夫过程和一常值分量构成,如图 1 所示.图中  $w$  为高斯白噪声,  $C$  为一常值干扰,  $T$  为采样时间,  $\tau$  为相关时间,则噪声方程

$$\begin{cases} \dot{V} = -(T/\tau) v + (T/\tau) C + (T/\tau) w \\ \dot{C} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

由式 (7) 可以看出,为了使系统满足扩展 Kalman 滤波算法对噪声的约束条件,引入了  $v$ 、 $C$  两个新的状态变量,则系统的状态变量  $X = [x, y, z, \hat{U}, \hat{V}, \hat{W}, v, C]$ ,

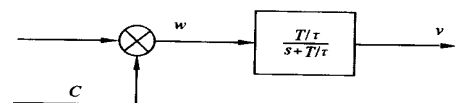


图 1 测量噪声模型

$C_j^T$ . 此时,测量噪声  $w$  是均值为 0、方差为  $\sigma_w^2$  的高斯白噪声,满足扩展 Kalman 滤波算法的约束条件. 对由此构成的系统使用扩展 Kalman 滤波算法,则可以得到扩维 Kalman 定轨算法,即

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_{k+1/k} &= \hat{x}_{k/k} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \hat{U} dt \\ F_k(\hat{x}_{k/k}) &= \frac{5(f_k(\hat{x}_{k/k}))}{5\hat{x}_{k/k}} \\ k &= I + F_k(\hat{x}_{k/k}) T + 1/2 F_k(\hat{x}_{k/k}) F_k(\hat{x}_{k/k}) T^2 \\ P_{k+1/k} &= P_{k/k} + Q \\ K_{k+1} &= P_{k+1/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R)^{-1} \\ P_{k+1/k+1} &= I - K_{k+1} H_{k+1} \\ \hat{x}_{k+1/k+1} &= \hat{x}_{k+1} + K_{k+1} (z_{k+1} - z(\hat{x}_{k+1/k})) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

此时  $H_k = [H_k \quad 1 \quad 0]$ .

### 3 系统仿真

本文采用如下系统模型进行仿真运算. 在地心固连坐标系中,卫星动力学方程

$$\begin{aligned} r &= [x, y, z]^T; \quad \hat{U} = [v_x, v_y, v_z]^T \\ \frac{dr}{dt} &= \hat{U} \\ \frac{d\hat{U}}{dt} &= g_r r + g + a_c + a_e \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $g_r$ 、 $g$  为引力加速度的方向分量;  $a_c$ 、 $a_e$  分别为哥氏、牵连加速度. 系统仿真初值为

$$\begin{aligned} t_0 &= 010 \text{ s} \\ r_0 &= \begin{bmatrix} -3 \ 053 \ 3991999 \ 6 \\ -6 \ 532 \ 1201412 \ 3 \\ -640 \ 0801691 \ 6 \end{bmatrix} \text{ m} \\ \hat{U}_0 &= \begin{bmatrix} -1 \ 4881105 \ 8 \\ 1 \ 4591811 \ 3 \\ -7 \ 0751371 \ 4 \end{bmatrix} \text{ m/s} \end{aligned}$$

磁强计测量误差方差取  $150(nT)^2$ , 仿真时间取为 6 h, 对实测数据进行野值平滑处理后, 利用上述的基本导航算法和扩维 Kalman 定轨算法, 得到如图 2、图 3 所示的仿真结果. 图 2 为使用基本导航算法的地心距模和速度模在地心固连坐标系中的误差, 图 3 为使用扩维 Kalman 定轨算法的地心距模和速度模在地心固连坐标系中的误差. 从仿真结果看出, 使用基本导航算法时滤波无法收敛, 而使用扩维 Kalman 定轨算法的卫星在地心固连坐标系内的地心距模估计误差收敛到 20 km 以内, 速度模的估计误差收敛到 10 m/s 以内, 导航算法的估计精度和

收敛速度满足一般低轨卫星的中度精度要求.

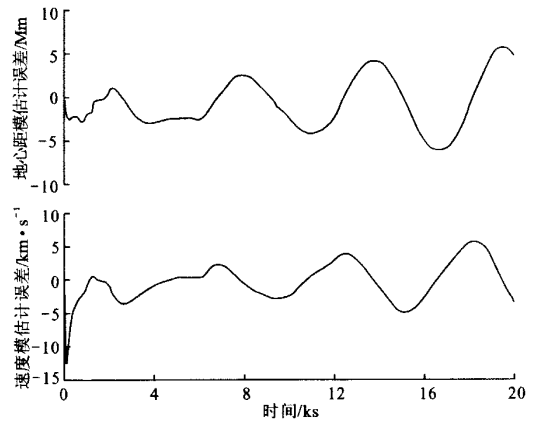


图 2 基本 Kalman 滤波算法的位置和速度误差

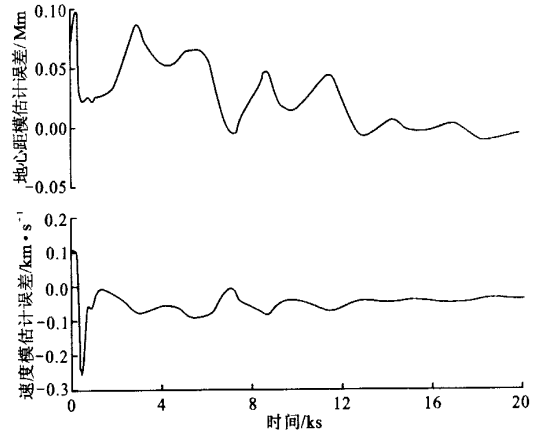


图 3 扩维 Kalman 滤波算法的位置和速度误差

### 4 结 论

本文利用 3 轴磁通门磁强计作为卫星导航敏感器, 建立了卫星在地心固连坐标系内的轨道动力学方程. 综合 IGRF 模型给出的观测方程, 构造出近地卫星的地磁导航系统的导航模型, 并采用扩维 Kalman 滤波算法作为导航算法, 克服了地磁定轨系统直接使用扩展 Kalman 滤波算法而引起的发散现象. 利用我国某卫星实测数据进行了仿真实验研究, 结果表明, 对于国产磁强计, 在使用扩维 Kalman 滤波算法作为导航算法时, 其精度满足低轨卫星中等精度的要求.

#### 参考文献:

[1] Chory M A, Hoffman D D, LeMay J L. Satellite autonomous navigation2status and history [A]. IEEE Position, Location, and Navigation Symposium, Las Vegas, USA, 1986.  
[2] Psiaki M L, Martel F. Autonomous magnetic navigation

- for earth orbiting spacecraft [A]. Third Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, USA, 1989.
- [3] Fox S M, Pal P K, Psiaki M L. Magnetometer based autonomous satellite navigation [A]. The Annual Rocky Mountain Guidance and Control Conference, Keystone, USA, 1990.
- [4] Psiaki M L, Huang L, Fox S M. Ground tests of magnetometer based autonomous navigation for low earth orbiting spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1993, 16(1): 206 - 214.
- [5] Psiaki M L. Autonomous orbit and magnetic field determination using magnetometer and star sensor data [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(3): 584 - 592.
- [6] Psiaki M L. Autonomous low earth orbit determination from magnetometer and sun sensor data [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(2): 296 - 304.
- [7] Shorshi G, BarItzhack I Y. Satellite autonomous navigation based on magnetic field measurement [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(4): 843 - 850.
- [8] Deutschmann J, Harman R, BarItzhack I Y. An innovative method for low cost, autonomous navigation for low earth orbit satellites [J]. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conf, Boston, USA, 1998.
- [9] Deutschmann J, BarItzhack I Y. Evaluation of attitude and orbit estimation using actual earth magnetic field data [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(3): 616 - 623.
- [10] Wiegand M. Autonomous satellite navigation via Kalman filtering of magnetometer data [J]. Acta Astronautica, 1996, 38(4 - 8): 395 - 403.
- [11] 赵黎平, 周军, 周凤岐. 基于磁强计的卫星自主定轨 [J]. 航天控制, 2001(3): 7 - 11.
- [12] 左文辑, 宋福香. 微小卫星磁测自主导航方法 [J]. 宇航学报, 2000, 21(2): 100 - 104.
- [13] 黄圳圭. 航天器姿态动力学 [M]. 北京: 国防科技大学出版社, 1997.

(编辑 苗凌)

(上接第 1286 页)

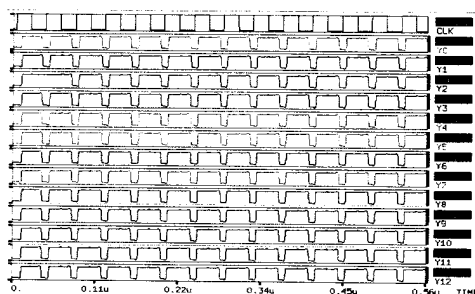


图 10 Mask - ROM 后仿真波形图

## 参考文献:

- [1] Yang B D, Kim L S. A low power ROM using charge recycling and charge sharing [J]. IEEE Transaction on Very Large Scale Integration Systems, 2003, 11(4): 590 - 600.
- [2] Rabaey J M. Digital integrated circuits [M]. New Jersey, USA: Prentice Hall International Inc, 1999. 560 - 572.
- [3] Cuppens R, Sevat L H M. A 256 K bit ROM with serial ROM cell structure [J]. IEEE Transaction on Solid State Circuit, 1983, 18(3): 340 - 344.
- [4] Krambeck R H, Lee C M, Law H F S. High speed compact circuits with CMOS [J]. IEEE Transaction on Solid State Circuit, 1982, 17(3): 614 - 619.
- [5] Chang C R, Wang J S, Yang C H. Low power and high speed ROM modules for ASIC applications [J]. IEEE Transaction on Solid State Circuit, 2001, 36(10): 1516 - 1523.
- [6] Weste N, Eshraghian N. Principles of CMOS VLSI design [M]. Second edition. New York: Addison Wesley, 1993.
- [7] Wang J S, Chang C R, Yeh C. Analysis and design of high speed and low power CMOS PLAs [J]. IEEE Transaction on Solid State Circuit, 2001, 36(8): 1250 - 1262.

(编辑 刘杨)