

# 经验模态分解的一种改进算法

盖广洪

(西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 针对信号采样频率过低对经验模态分解造成的虚假模态等问题,提出了一种改进的算法,即在进行分解前,对原始信号进行重构,其实质是通过内插的方式来增加采样点数,从而达到增加采样频率的目的.对模拟信号的处理结果表明,该算法消除了分解过程中包络曲线的异常波动,从而抑制了分解结果中多余模态的出现,使得对模态的物理解释更加清晰.在机械信号处理中,应用该算法成功地提取出机械信号中具有明确物理意义的故障模态,从而增加了机械故障诊断的能力.

**关键词:** 经验模态分解;改进算法;采样频率;故障诊断

**中图分类号:** TN91117 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)11 - 1199 - 04

## Improved Method for Empirical Mode Decomposition

Gai Guanghong

(School of Mechanical Engineering, Xi an Jiaotong University, Xi an 710049, China)

**Abstract:** An improved method for empirical mode decomposition was presented to solve the difficulties of the false modes due to the lower sampling frequency for signals, where the signals were reconstructed before the empirical mode decomposition and the sampling points were added by the interpolation manner to increase the sampling frequency. The improved method was verified in the simulation signals processing, and the abnormal fluctuating in the envelope curves was eliminated successfully, thus, the false modes were restrained. With the aid of the proposed method, the fault modes with clearer physical senses were extracted completely from the original mechanical signals in a practical case.

**Keywords:** empirical mode decomposition; improved method; sampling frequency; fault diagnosis

在机械信号处理中,常常涉及的信号不仅仅是平稳的,还存在着大量的非平稳信号.这主要是设备在变工况运行时,因转速不稳定和负荷变化,以及由机械故障产生的大量冲击、摩擦、松动等情况而导致了非平稳振动信号<sup>[1]</sup>的产生.因此,如何从这些信号中提取有价值的信息,是机械故障信号处理的关键问题.

为了正确有效地分解非平稳信号,本文采用了一种新的方法——经验模态分解法<sup>[2]</sup>(EMD),即由Huang等人提出的一种新的分析非线性、非平稳信号的方法.经验模态分解法利用信号的局部特征时

间尺度,从原信号中提取出若干个固有模态函数(IMF)和一个残余量,分解出的各个IMF分量突出了数据的局部特征,残余分量体现了信号中的缓慢变化量,对它们进行分析,可以更准确有效地把握原数据的特征信息.目前,经验模态分解法已在海洋、地震、核能等信号的分析处理中得到了成功的应用<sup>[2,3]</sup>.

由于经验模态分解法是一种时域信号处理方法,因此对信号在时域内会有一定的要求,本文主要讨论信号采样频率的不同对EMD结果的影响,以及相应的改进措施.

## 1 经验模态分解

为了更好地解释经验模态分解法,现给出 IMF 的定义.一个 IMF 要满足 2 个条件:在整个数据集中,极点的数目和过 0 点的数目必须相等或最多相差一个;在任何一点,由局部最大值和最小值所形成包络的均值都等于 0.从定义中可以看出,每个 IMF 只包含单模态的振动,即只有单组分的波组成.这种 IMF 非常适合 Hilbert 变换,利用它可求出有明确物理意义的瞬时频率.但是,现实中的数据是复杂的,很少有原始的数据  $x(t)$ ,即为一个 IMF,因此必须要通过分解形成 IMF,其分解过程如下.

(1) 初始化使  $r_0(t) = x(t)$ ,  $i = 1$ .

(2) 抽取第  $i$  个 IMF: 初始化使  $h_0 = r_i(t)$ ,  $k = 1$ ; 对  $h_{k-1}(k)$  抽取局部的极大值和极小值; 对  $h_{k-1}(k)$  极大值点和极小值点分别通过 3 次样条插值连接起来,形成上包络和下包络; 计算上下包络的均值  $m_{k-1}(t)$ ; 计算  $h_k(t) = h_{k-1}(t) - m_{k-1}(t)$ ; 如果满足停止标准,则  $h_k(t) = c_i(t)$ ,否则转到 (2),并且  $k = k + 1$ .

(3) 定义  $r_i(t) = r_{i-1}(t) - c_i(t)$ .

(4) 如果在  $r_i(t)$  中存在的极点数多于 2 个,则转到(2)并且  $i = i + 1$ ,否则分解结束,  $r_i(t)$  是原始数据的残余量.最后,得到分解结果为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n \quad (1)$$

这样,获得了  $n$  个 IMF 模式分量和一个残余量信息. IMF 模式分量代表了原始信号中包含的不同时间尺度的特征信号,残余量代表了原始数据中的趋势量信息.对经过 EMD 后的 IMF 进行 Hilbert 变换,得到解析信号

$$z(t) = c(t) + jH[c(t)] = a(t)e^{j\phi(t)} \quad (2)$$

其中幅值函数

$$a(t) = (c^2(t) + H^2(c(t)))^{1/2} \quad (3)$$

相位函数

$$\phi(t) = \arctan \frac{H(c(t))}{c(t)} \quad (4)$$

再对相位函数求导数,可得到瞬时频率

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (5)$$

式中:  $h_k(t)$  为相应的中间变量;  $c_i(t)$  为固有模态函数;  $H$  代表 Hilbert 变换.

## 2 采样频率对 EMD 结果的影响

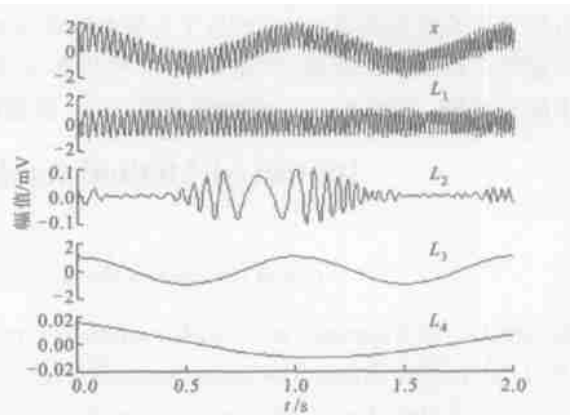
为了验证采样频率对 EMD 分解结果的影响,

首先对不同采样频率下的模拟信号进行分析,选用的模拟信号为

$$x(t) = \cos(2(30 + 6t_r))t_r + \cos(2t_r) \quad (6)$$

式中:  $t_r$  为采样时间.式(6)表示一个频率为 1 Hz 的余弦信号叠加在另一个余弦信号中,并且此余弦信号的频率随着时间的变化逐渐增加.

选用采样频率  $q_f = 200$  Hz,对信号进行采样,即  $t_r = (0, 1, \dots, 400)/200$ ,这样可以计算出式(6)中的最高频率为 52 Hz.因此,当采样频率为 200 Hz 时,就可以满足奈奎斯特率.对由这种采样频率得到的模拟信号进行 EMD 分解,得到的分解结果如图 1 所示,其相应的时频分布如图 2 所示.



$x$ :原始信号;  $L_1 \sim L_4$ :固有模态函数

图1 模拟信号 EMD 的结果 ( $q_f = 200$  Hz)

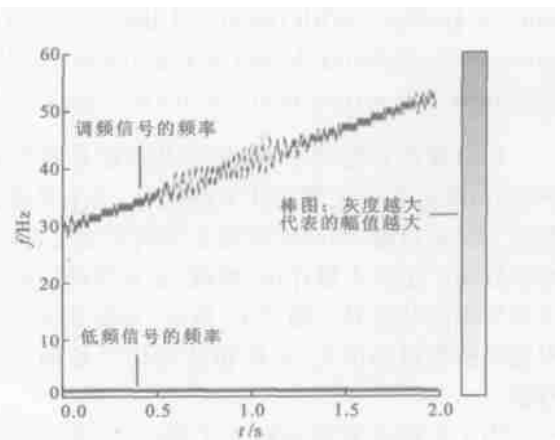


图2 模拟信号的时频分布图 ( $q_f = 200$  Hz)

从图 1 中可以看出,在分解的结果中出现了原始信号中没有包含的  $L_2$ ,这是由于 EMD 算法是一种时域处理方法,其分解的结果依赖于原始数据以及相应的波形.如果对信号的采样频率没有高到一定程度,就可能没有采集到部分极值点.因此,利用 3 次样条插值作包络时,所作的包络曲线并不平滑

(含有高频成分),如图 3 所示. 根据前面的 EMD 分解理论可知,这会使分解的结果出现不应该含有的模态或者模态的物理意义不明显等缺点.

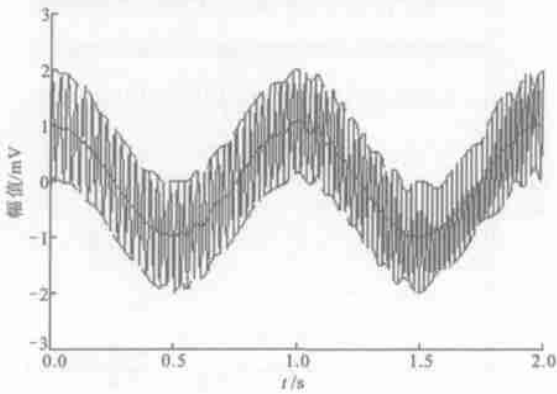


图 3 模拟信号的上下包络曲线 ( $q_t = 200$  Hz)

虽然多余模态的幅值比较小,但是它的产生使得在应用 EMD 时,造成了很多负面影响: 在利用模态概念解释它的物理意义时,没有办法给它一个明确的解释,更坏的情况是在对实际信号处理时可能会给出一个错误的解释; 由于多余模态的存在,使得在对 IMF 进行 Hilbert 变换时,得到的瞬时频率的分辨率变低,这一点在图 2 中可以清楚地看出来.

对于产生多余模态的问题,在参考文献[4]中提到了 2 种解决办法: 对信号进行整周期采样; 提高信号的采样频率. 如果信号是非平稳的,并且在没有复杂硬件支持的情况下,就很难做到按整周期采样. 提高采样频率可以有效地控制多余模态的产生和有利于解释模态的物理意义,但是在对高频信号进行采样时,由于受到采样硬件的限制,不可能把采样频率无限制的提高. 如果需要处理一些历史数据,且这些数据在采样时仅仅是满足了奈奎斯特率,把这样的数据用 EMD 处理时,一般会出现上面所述的情况.

针对产生多余模态的情况,本文提出了一种有效的解决办法,即在进行 EMD 分解前,对采样频率不能满足 EMD 分解要求的信号进行重构. 这样,只要求对原始信号采样时满足奈奎斯特率即可,其重构信号为<sup>[5]</sup>

$$f(t) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \text{sinc} \left[ \frac{c}{T_s} (t - nT_s) \right] \quad (7)$$

式中:  $T_s$  为采样间隔;  $c$  为滤波器的截止频率,一般取为原始信号带宽的 111 倍;  $f(nT_s)$  为采样信

号. 重构的实质是通过内插的方式来增加信号的点数,从而达到增加采样频率的目的. 利用式(7)对上面模拟的信号进行重构,把重构后的信号再进行 EMD 分解和作相应的时频分布图,得到的结果如图 4 和 5 所示.

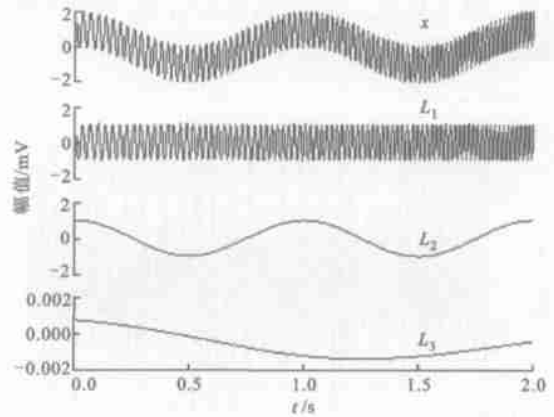


图 4 重构信号的 EMD 结果

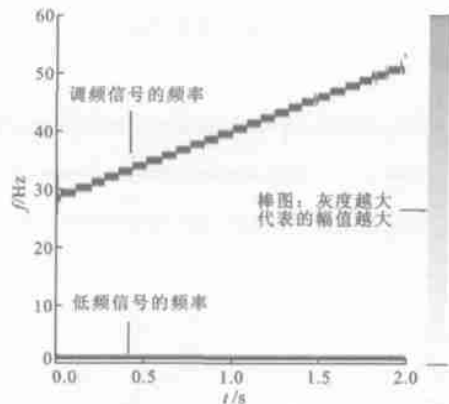


图 5 重构信号的时频分布图

从图 4 和图 5 中可以看出,重构信号的 EMD 结果已经有了很大的改善,其结果不仅去掉了多余的模态,使得模态的物理解释更加清晰,而且其时频分布图的分辨率精度有了很大的提高. 因此,在进行 EMD 分解前,利用信号重构的方法可以消除不同采样频率对信号 EMD 结果的影响. 依据经验,在进行 EMD 分解时,当重构后的信号采样频率达到原始信号中最高频率的 10 倍以上,就能取得比较满意的效果.

### 3 改进的 EMD 算法在实际信号处理中的应用

下面比较 2 种 EMD 算法在处理实际信号时的

不同结果,选用的实测信号如图 6 所示.采用电涡流传感器所测的二氧化碳压缩机入口端轴的原始振动信号为  $s$ ,信号中的最高频率为 240 Hz,采样频率为 512 Hz,因此采样频率满足了奈奎斯特率.采用 EMD 分解来处理 2 组信号,一组是原始的实测信号,另一组是利用式(7)重构出的信号,它们的比较结果如图 7 和图 8 所示.

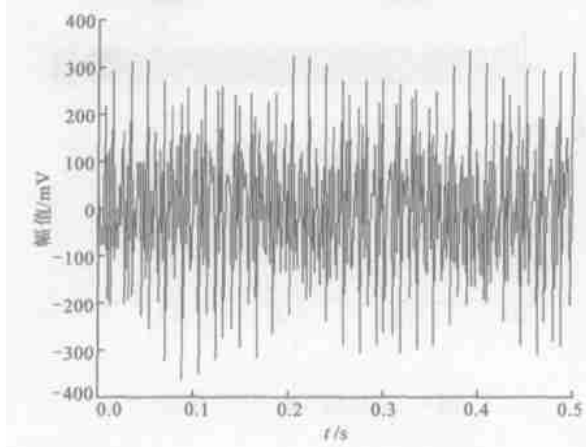


图 6 原始实测信号图

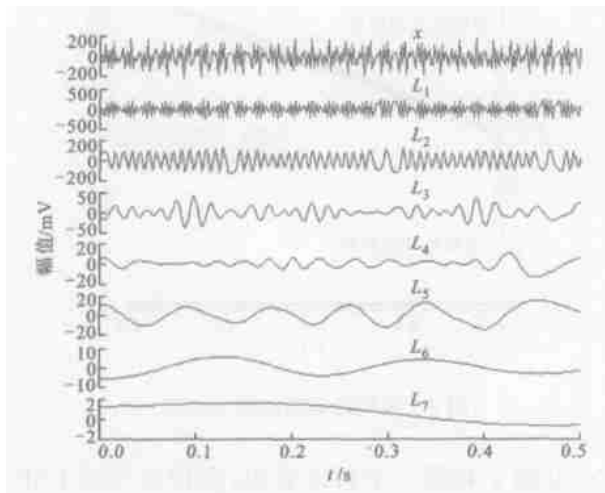


图 7 原始实测信号的 EMD 结果

通过对图 7 和图 8 的 EMD 结果比较,可以看出在原始信号的 EMD 结果中看不到低频的调幅信号,而对原始信号重构后再进行分解,则可以看到信号中的低频调幅信息,如图 8 中的  $L_2$  所示.由于信号中低频调幅信息是压缩机组发生管道激励的一个特征,其调幅的频率比较低,因此用改进的 EMD 算法就可以很好地把隐藏在信号中的调幅信号提取出

来,并且不用变换到频域,使人们对机械故障的诊断更加直观.

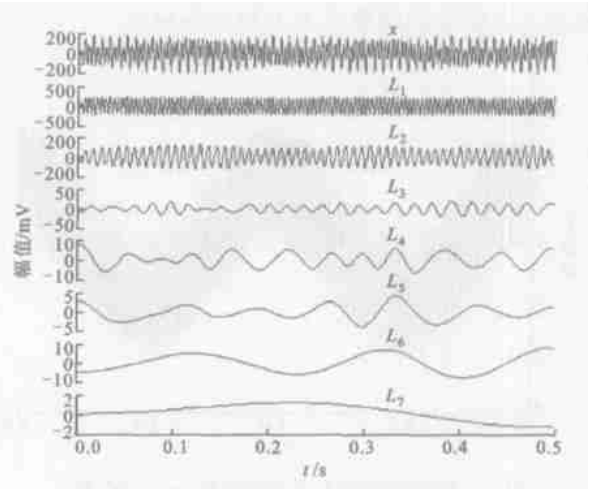


图 8 重构信号的 EMD 结果

## 4 结 论

由于经验模态分解法是一种在时域内进行的分解方法,因此该方法对信号的采样频率有一定的要求.在采样频率比较低的情况下,EMD 结果中会出现原始信号中不应含有的模态以及模态的物理解释不明显等缺点.针对这种情况,本文提出了利用信号重构的方法来消除由于采样频率不同所造成的负面影响,其改进的算法在模拟信号和实测信号检验中都取得了很好的效果.

### 参考文献:

- [1] 何正嘉. 机械设备非平稳信号的故障诊断原理及应用[M]. 上海:上海科学出版社,1986. 1 - 2.
- [2] Huang N E. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis[J]. Proc Roy Soc London A, 1998, 454(4): 903 - 995.
- [3] Chen C H, Li C P. Surface wave dispersion measurements using Hilbert-Huang transform[J]. TAO, 2002, 13(2): 171 - 184.
- [4] 王 强. 机电设备经验模态分解诊断方法与远程监测技术[D]. 西安:西安交通大学机械学院,2004.
- [5] 梁 虹,梁 洁. 信号与系统分析及 MATLAB 实现[M]. 北京:电子工业出版社,2002. 224 - 226.

(编辑 管咏梅)