

## 第二类边界条件下硬脂酸固液相变蓄能研究

陈林辉, 田怀璋, 王 石, 陈敬良

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 通过引入有效导热系数来考虑自然对流对固液相变传热的影响, 将相变蓄能模型简化为仅用能量方程描述, 采用显热容法及正态分布液相率模型进行了求解. 与硬脂酸固液相变实验的比较表明: 自然对流对相变传热的影响不可忽略; 修正后的有效导热系数经验公式能更准确地描述等热流边界条件下的固液相变过程; 在等壁温边界条件下, 相变速率随时间的推移而减小; 在等热流边界条件下, 相变速率随时间的推移而增大.

**关键词:** 固液相变蓄能; 第二类边界条件; 有效导热系数

**中图分类号:** TK512.14 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)11 - 1128 - 04

### Research on the Stearic Energy Storage System with Solid-Liquid Phase Change under the Second Boundary Condition

Chen Linhui, Tian Huaizhang, Wang Shi, Chen Jingliang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** An effective thermal conductivity was introduced to consider the effect of natural convection on heat transfer of solid-liquid phase change, and then the mathematic model on the energy storage system with solid-liquid phase change was simplified so that it was described by the energy equation only. The present model was solved with the apparent heat capacity method and the normal distribution model of liquid fraction. The comparison between the stearic energy storage experiment results and the calculations data shows that the effect of natural convection on heat transfer with phase change can not be neglected. The corrected empirical formula of effective thermal conductivity can describe the solid-liquid phase change with constant heat flux more exactly. The moving velocity of solid-liquid interface decreases with time in constant temperature boundary and increases with time in constant heat flux boundary.

**Key words:** energy storage system with solid-liquid phase change; the second boundary condition; effective thermal conductivity

由于相变蓄能在电网用电负荷具有较大波动时能实现削峰填谷或在能源供给具有时间性的场合(如风能、太阳能、余热等)能实现能源的持续供给, 因此相变蓄能的研究已成为节约能源、保护环境的一个新研究方向. 由于相变材料的传热能力通常较差, 为了加强传热使得相变蓄能装置的结构比较复杂, 因此通过建立数学模型, 利用数值计算研究其蓄能规律, 以在实际应用中对优化其结构提供指导, 就

可避免纯粹实验研究的大量开支. 当前的数学模型研究多以第一类边界条件, 即等壁温条件下蓄能规律的研究为主<sup>[1,2]</sup>. 对于第二类边界条件, 即等热流密度下蓄能规律的研究较少. 在多数实际应用场合, 边界条件是等热流密度的, 而且在实验条件下, 第二类边界条件也比第一类边界条件更容易实现. 因此, 本文将在第二类边界条件下建立数学模型, 进行数值计算并与实验结果进行比较、分析与讨论.

收稿日期: 2004 - 04 - 06. 作者简介: 陈林辉(1977~), 男, 博士生; 田怀璋(联系人), 男, 教授.

### 1 数学模型

无内热源的固液相变问题(又称 Stefan 问题)的数学模型为:

能量方程

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \text{grad } T = \text{div}(k \cdot \text{grad } T) - L \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (1)$$

连续方程

$$\text{div } V = 0 \quad (2)$$

动量方程

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \text{grad } V) = \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \text{div}(V \cdot \text{grad } V) + S_V \quad (3)$$

求解上述方程组存在下列问题: 能量方程中的导热系数  $k$  用于液相或固液界面的计算并不准确,因为液相是流动的,使得该处的传热不仅有导热传热,而且还有对流换热,这会造成实际的传热量是导热量的数倍之多; 实际的蓄能结构有大量的传热和加强热交换的肋片,且方程组边界条件复杂,会造成整个方程组的求解困难.

考虑到关心的是蓄能结构能量储存和释放的规律,而非流场的速度分布,并注意到实际相变过程中液相流动速度非常小这一事实,因此可将含自然对流的 Stefan 问题简化为仅用能量方程来描述,速度对蓄能和释能的影响可通过引入有效导热系数  $k_{\text{eff}}$  来考虑. 因此,若假定相变材料热物性不变,能量方程(1)可进一步简化为

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k_{\text{eff}} \cdot \text{grad } T) - L \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (4)$$

对固相区  $k_{\text{eff}} = k_s$ ,对液相区和两相区,文献[3]对竖壁加热的方形封闭容器提出了以下经验公式

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k_l} = Nu$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{当 } \frac{l}{x(t)} > 2 \text{ 时} \\ &Nu = 0.122 \left[ \frac{Pr}{Pr + 0.12} Ra \right]^{0.128} \left( \frac{l}{x(t)} \right)^{0.125} \\ &\text{当 } 1 < \frac{l}{x(t)} < 2 \text{ 时} \\ &Nu = 0.118 \left[ \frac{Pr}{Pr + 0.12} Ra \right]^{0.129} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中

$$Pr = \frac{c_p \rho l}{k_l}, \quad Ra = \frac{g l^3 \Delta T}{\alpha l}$$

$$T = |T_w - T_m|$$

式中:  $Pr$  取决于物性;  $Ra$  与物性有关;对于不同的相变材料,由于其物性不同,所以  $k_{\text{eff}}$  不同.

### 2 数学模型的求解

考虑到二维、三维问题在实际求解中的复杂性,并且由一维问题中得出的结论可以推广到多维问题中去,本文采用显热容法求解一维数学模型. 显热容法认为物质熔解过程中具有一个明显的相变界面宽度,并在此两相区内把物质的潜热看作是很大的显热容量,通过引入一个有效比热容  $C_{\text{ef}}$  来考虑相变材料的潜热. 因此,对  $x$  方向的一维 Stefan 问题,能量方程(4)还可进一步简化为

$$C_{\text{ef}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} C_{\text{ef}} &= (1 - \xi) C_s + \xi C_l + L \frac{\partial \xi}{\partial T} \\ &= (1 - \xi) c_s + \xi c_l + \frac{L}{T - T_m} \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $\xi$  为液相率.

这里,能量方程中的有效比热项  $C_{\text{ef}}$  包含了固液相变界面上的所有信息,因此移动边界条件无需再独立列出. 文献[4]通过引入相变界面温度半宽  $T_m$ ,提出以下一个正态分布液相率模型(NDM)算法

$$\frac{d\xi}{dT} = \left( \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (T - T_m)^2\right) \quad (8)$$

$$\text{erf}\left(\frac{T - T_m}{\sigma}\right) = 110 - \xi \quad (9)$$

式中:  $\sigma$  为一个极小正数.

对方程(6)采用全隐控制容积有限差分格式离散,并整理成[5]

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} a_P &= 1 + 2 \frac{l}{x^2}, \quad a_W = \frac{l}{x^2} \\ a_E &= \frac{l}{x^2}, \quad b = T_P^0, \quad C_{\text{ef}} = \frac{k_{\text{eff}}}{C_{\text{ef}}} \end{aligned}$$

式中:下标  $P$  代表计算节点;下标  $E, W$  分别表示东西相邻的节点;上标  $0$  表示上一个时间层的值.

对每一个时间层,使用上一轮迭代值求解方程(10)中各项系数,然后采用 TDMA 算法求解各点的温度值. 比较相邻两轮迭代值,如果最大误差小于给定收敛判据,则认为该时间层迭代收敛,进入下一时间层计算. 如果不收敛,则对迭代结果进行亚松弛后继续迭代,直至收敛. 由此可求解出相变各时刻的温

度场和相变速率.

### 3 第二类边界条件下对有效导热系数的修正

热对流(或称自由对流)是流体由于温度梯度导致的微弱密度差而引起的流动.热对流的发生与否取决于瑞利数  $Ra$  的大小.对恒壁温边界条件而言,  $T_w$  是一定值,  $Ra$  也是定值,并且其值一般远大于临界值( $10^4$ ),所以在该边界条件下,两相区和液相区的有效导热系数都可按文献[3]的经验公式计算.但是,对等热流密度边界条件而言,  $T_w$  随时间的增加而增大,同时考虑到我们引入的相变界面宽度和液相率模型以及相变材料固定为硬脂酸,因此对上述经验公式作如下变形和修正

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k_1} = Nu$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{当 } \frac{l}{x(t)} > 2 \text{ 时} \\ Nu = 0.122 \left[ \frac{Pr}{Pr + 0.12} Ra \right]^{0.128} \left[ \frac{l}{x(t)} \right]^{0.125} \\ \text{当 } 1 < \frac{l}{x(t)} < 2 \text{ 时} \\ Nu = 0.125 \left[ \frac{Pr}{Pr + 0.12} Ra \right]^{0.13} \end{array} \right\} \quad (11)$$

其中

$$Pr = \frac{c_p \rho \mu}{k}, \quad Ra = \frac{g l^3 T}{\nu \alpha}$$

$$T = |T_w - T_m| + T_m$$

该变形和修正的合理性和准确性将在计算结果中进行讨论.

### 4 实验方法

为验证数学模型的合理性和数值计算的正确性,设计了图1所示的实验装置.整个容器四周绝热,内部被加热壁分为A、B两部分.其中:A部分充满加热介质——油;B部分充满相变材料——硬脂酸,其在  $x$  方向的长度为0.115 m. A部分的加热器为铝板加热器,通过它加热A部分的油再加热B部分的硬脂酸,以保证热流量在  $x$  方向的截面上分布均匀,亦即保证了实验的一维条件.在加热过程中,由于介质油对加入热量的响应时间常数较硬脂酸小4个数量级以上,因此介质油对等热流边界条

件的影响可以忽略不计.加热器经功率变送器接在调压器上,通过调压器调节加热器的电压,以保证其功率为一定值.在实验过程中,利用计算机数据采集系统和控制系统实时采集并显示加热器的功率,在供电电压波动时随时进行调节,以保证等热流密度边界条件的实现.

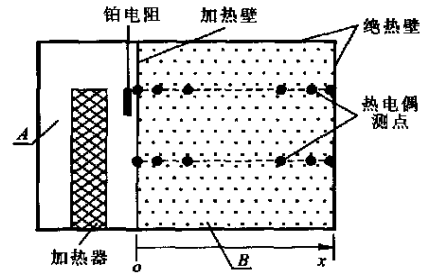


图1 一维蓄能实验装置

B部分分为上下两层,在传热方向上各等间距(边界为半个间距)布置了7个热电偶测点,以测量相变材料在各时刻的温度场.在A部分内布置了一台铂电阻温度传感器,用于实时监测油温.在实验过程中,每隔30 s采集和储存一轮实验数据.

### 5 计算结果及讨论

#### 5.1 $k_{\text{eff}}$ 修正公式的验证

图2和图3分别显示了  $q = 31111 \text{ kW/m}^2$ 、 $t = 18 \text{ ks}$  和  $q = 71056 \text{ kW/m}^2$ 、 $t = 9 \text{ ks}$  时利用式(5)和修正后的式(12)计算出的温度场与实验测得的温度场的比较.由图中可以看出,利用修正后的式(12)计算出的结果与实验值更吻合,即说明式(12)更适用于相变材料为硬脂酸的第二类边界条件下的相变蓄能模型,这一点由图4和图5亦能看出.

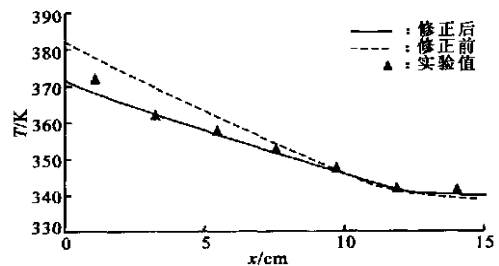


图2  $q = 31111 \text{ kW/m}^2$ 、 $t = 18 \text{ ks}$  时蓄能模型温度场的比较

#### 5.2 验证自然对流的影响和模型简化处理的正确性

图4、图5表明在式(4)中通过引入有效导热系数  $k_{\text{eff}}$  的概念,不仅大大简化了数学模型和计算过

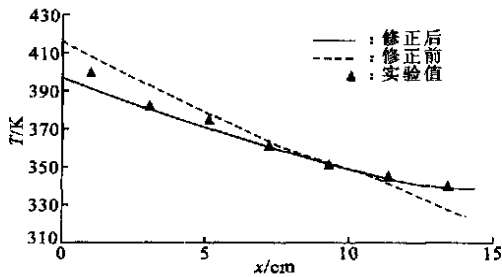


图 3  $q = 71056 \text{ kW/m}^2$ 、 $t = 9 \text{ ks}$  时蓄能模型的温度场比较

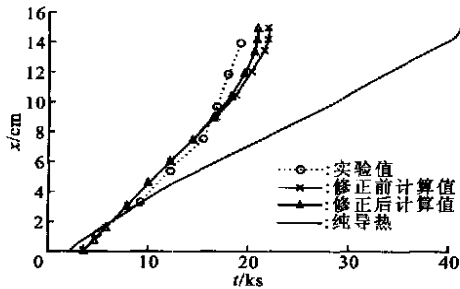


图 4  $q = 31111 \text{ kW/m}^2$  时相变速率比较

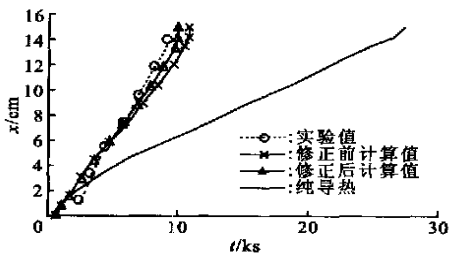


图 5  $q = 71056 \text{ kW/m}^2$  时相变速率比较

程,而且计算结果也具有较高的准确性.图中按纯导热计算的曲线说明相变蓄能数学模型中的导热系数如果按纯导热计算,将会对计算结果造成很大的误差.因此,虽然相变材料的粘性较大,在相变过程中流动速度很小,但是流动速度对相变过程中的传热速率仍有着巨大的影响.

### 5.3 第一、二类边界条件下相变速率的比较

图 6 表明了两类边界条件下相变界面位置 ( $x$ ) 随时间的移动曲线.图中曲线斜率的变化说明,相变速率在等壁温边界条件下随时间的推移逐渐减小,而在等热流密度边界条件下随时间的推移反而增大.从传热角度来看,在等壁温边界条件下,初始阶段相变材料一般为固相初始过冷,因此传热温差较大,所以相变速率大.随着时间的推移,相变材料温度逐渐上升,传热温差逐渐减小,相变速率也随之减小.在等热流密度边界条件下,相变初期几乎是纯导

热.由于固相初始过冷而且相变材料的热阻较大,热量不容易向远处传递,因而其相变速率几乎为 0,但随着时间的推移,其加热边界温度逐渐上升,故其相变速率也随之增大.

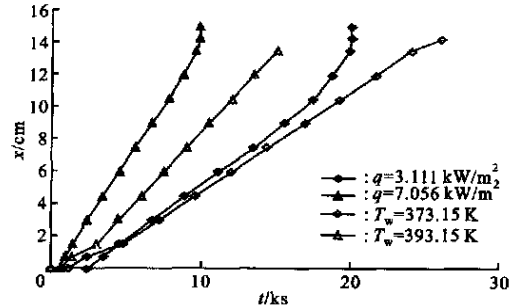


图 6 等温边界和等热流边界下相变速率的对比

## 6 结论

(1) 自然对流对固液相变传热的影响很大,在相变传热计算中不可忽略.

(2) 通过引入有效导热系数  $k_{\text{eff}}$  修正相变过程中液相速度对传热速率的影响,将相变问题的数学模型简化为仅用能量方程描述,这种处理方法具有较高的准确性.文献[3]提出的计算有效导热系数的经验公式是针对等壁温边界条件的,在第二类边界条件下,需对其做一定的变形和修正.

(3) 在等壁温边界条件下,相变速率随时间的推移而减小.在等热流密度边界条件下,相变速率随时间的推移而增大.

### 参考文献:

- [1] Costa M, Buddhi M, Oliva A. Numerical simulation of latent heat thermal energy convection[J]. Energy Convers Mgmt, 1998, 39(11): 1 127 - 1 138.
- [2] Samarskii A, Vabishchevich P N. Numerical simulation of convection/diffusion phase change problems - a review [J]. Int J Heat Mass Transfer, 1993, 36 (17): 4 095 - 4 106.
- [3] Berkovsky B M, Polevikov V K. Heat transfer and turbulent buoyant convection[M]. Washington, D C: Hemisphere Publication Corporation, 1977.
- [4] Faruk C, Sliepceich C M. Limitation in the apparent heat capacity formulation for heat transfer with phase change [J]. Proc Okla Acad Sci, 1987, 67(10): 83 - 88.
- [5] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1988.

(编辑 王焕雪)