

含圆孔有限厚度板的三维弹性应力场分析

杨 政¹, 霍春勇², 赵新伟³, 郭万林¹

(1. 西安交通大学建筑工程与力学学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学材料科学与工程学院, 710049, 西安;
3. 中国石油天然气集团公司石油管材研究所, 710065, 西安)

摘要: 通过三维有限元计算来研究含圆孔有限厚度板的圆孔边缘应力场, 找出了应力集中系数与板的厚度、圆孔半径之间的关系, 同时还分析了圆孔边缘的三维应力约束程度和三维应力约束区域的大小. 研究结果表明: 离面应力约束系数在板的中面最大, 而在表面为 0, 三维应力约束影响区域的长度约为板厚的一半; 应力集中系数沿厚度的分布是不均匀的, 其最大值及位置与厚度有关; 有限厚度板中面的应力集中系数及其最大值均大于平面应力或平面应变的应力集中系数; 对含圆孔任意厚度板的应力集中问题, 按平面应力或平面应变来考虑是不安全的; Sternberg 等人对含圆孔任意厚度板的应力分布及应力集中系数的近似三维求解, 仅适用于厚度较小的板, 当板超过一定厚度时同样也是不安全的.

关键词: 应力集中系数; 有限元分析; 有限厚度板

中图分类号: O34611; T11219 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - 987X(2004)09 - 0971 - 04

Three-Dimensional Elastic Stress Fields in Finite Thickness Plate with a Hole

Yang Zheng¹, Huo Chunyong², Zhao Xinwei³, Guo Wanlin¹

(1. School of Architectural Engineering and Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. School of Material Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
3. Tubular Goods Research Center of China National Petroleum Corp., Xi'an 710065, China)

Abstract: The problems considered here are the finite width plates in different thickness with through-thickness hole subjected to a uniaxial tension. Detailed three-dimensional finite element computations were performed to investigate the stress fields in finite thickness plate with a hole, and the relations of the stress concentration factors with the plate thickness and the diameter of hole were revealed. The size of the constraint area and the constraint degree were also analyzed. The out-of-plane stress constraint factor tends to the maximum on the mid-plane and approaches to zero on the free plane, and the size of the three-dimensional effect region is about the half of the plate thickness. Stress concentration factors (SCF) distribute ununiformly through the plate thickness, the value and location of maximum SCF depend on the plate thickness. Both the SCF in the middle plane and the maximum SCF are greater than the one under plane stress or plane strain states, so it is unsafe to suppose a tensioned plate with finite thickness as one under plane stress or plane strain. The Sternberg's approximate solution for 3D stress distributions and SCF in an infinite plate of arbitrary thickness with a circular hole is only suitable for thinner plate.

Key words: stress concentration factor; finite element analysis; finite thickness plate

含圆孔平板的应力集中是实际工程领域中很普遍的问题,也是弹性力学的一个经典问题,其平面问

题已有精确的理论解^[1]. 目前对含几何不连续区平板中的应力集中点的应力状态,一般均假定面内应

收稿日期: 2003 - 12 - 25. 作者简介: 杨 政 (1964 ~), 男, 副教授. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50275073); 中国石油天然气集团公司石油管材研究所资助项目.

力在不同板厚处没有变化,并对厚度不加严格限制^[2].然而,实际工程中所遇到的均为有限厚度板,不仅在圆孔周围存在应力集中,同时还存在显著的三维效应区,应力场结构非常复杂,应力集中系数分布显然与平面应力或平面应变状态下的不同. Sternberg 等人^[3-5]对含圆孔有限厚度板进行了理论分析和研究,但所得结果并不完善. 试验和有限元分析表明:应力集中系数沿厚度的分布不是均匀的^[6],其值大于平面应力或平面应变状态下的值. 因此,含圆孔有限厚度板按平面状态来处理是危险的.

本文通过三维有限元计算研究含穿透圆孔有限厚度板的面内拉伸问题,分析应力集中系数沿板厚的分布,找出了应力集中系数与板厚度、圆孔大小之间的关系,同时还分析了圆孔边缘附近的三维应力约束程度和三维效应区域的大小,以期能为工程结构设计和安全评价提供依据.

1 参数定义和有限元分析模型

1.1 分析参数的定义

在物体几何形状或载荷发生突变的地方,会出现随着远离突变点而迅速衰减的局部高应力,这种现象称为应力集中. 通常用应力集中系数

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0}$$

来表示其严重程度,式中 σ_{\max} 为最大局部应力, σ_0 为不考虑局部效应时的计算应力,称为名义应力. 由于局部高应力是引起疲劳裂纹或脆性断裂的根源,所以确切的应力集中数据对构件和机械设计至关重要.

面内应力约束 T_x 定义为

$$T_x = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}}$$

为了更清楚地描述有限厚度板圆孔边缘附近应力场的三维特性以及离面应力的影响,引入一个约束参数来描述沿厚度的应力分布情况,即离面约束系数

$$T_z = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}$$

式中: σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} 分别为 x 、 y 、 z 方向的正应力. 在弹性阶段 T_z 介于 0 和 1 之间, $T_z = 0$ 和 $T_z = 1$ 分别对应于平面应力和平面应变状态, ν 为材料的泊松比.

1.1.2 有限元分析模型

有限元计算采用 ANSYS - 515 完成,根据对称条件选取 1/8 试样进行有限元分析,坐标原点位于板厚中面圆心,圆孔的直径为 $2r$,板的宽度为 $2W$,厚度为 $2B$,如图 1 所示. 在分析中采用 8 节点三维实体单元,根据不同板厚,沿试样的 1/2 厚度处分别取 10~20 层单元,每层单元的厚度从板的厚度中面

到表面逐渐减小,间距比率取 0.1. 在每一单元层,单元尺寸在圆孔边缘最小,远离圆孔边缘逐渐增大. 在板远端作用有 100 MPa 的均匀分布拉应力,作用面到圆孔中心的距离为圆孔半径的 100 倍且大于板的宽度,弹性模量和泊松比分别为 200 GPa 和 0.13.

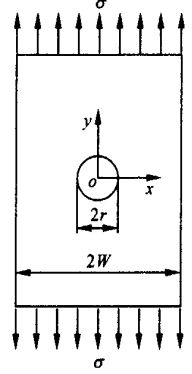


图 1 中心有穿透圆孔的有限厚度板

2 计算结果分析

分别变换圆孔的直径和板的厚度,由三维有限元计算得到了不同尺寸圆孔(用 r/W 表示)对应从 $B/r = 0$ (平面应力)到 $B/r = 20$ 的不同厚度时,中心穿透圆孔边缘附近的弹性应力分布. 本节主要分析厚度对应力集中系数、面内应力分布和离面应力约束系数的影响.

2.1 应力集中系数沿厚度的变化

同裂纹体中的应力强度因子 K 一样,应力集中系数 K_t 是衡量圆孔边缘应力集中程度的重要参数. 图 2 为 $r/W = 0.101$ 时不同厚度含有中心穿透圆孔板的应力集中系数沿厚度的变化规律,图中 $(K_t)_p$ 为相应几何尺寸平面应力状态的应力集中系数. 从图中可以看出,当圆孔半径和厚度一定时,应力集中系数沿厚度是变化的,其值均大于相应圆孔半径平面状态的应力集中系数,最大值的位置与厚度有关. 板厚度较小时,应力集中系数沿厚度的分布随距板厚中面距离的增加而减小,在板厚中面最大而表面最小. 随着厚度的增加其最大值的位置逐渐向板表面移动,板越厚最大值的位置距板厚中面越远. 因此,当板厚度较大时,最大值的位置并不在板的中面,也不在表面,而是在距板厚中面一定距离的圆孔边缘,该距离随板厚的增加而增加. 应力集中系数沿厚度的分布首先是随着距中面距离的增加而逐渐增加,超过最大值后,随该距离的增加而迅速减小. 板厚中面与边缘的应力集中系数之差随着厚度的增加而增大.

Sternberg 等^[3]对含圆孔无限板的应力集中问题所作的近似解指出: T_z 在孔两端为 0,在板厚中面具有最大值;在应力集中点,板表面的面内应力 σ_{\max} 比平面状态理论值(310)减小不超过 10%,而在板厚中心增加不超过 3%. 从有限元分析的结果看, Sternberg 等的结论只适用于较薄的板,即 B/r 小于 0.15

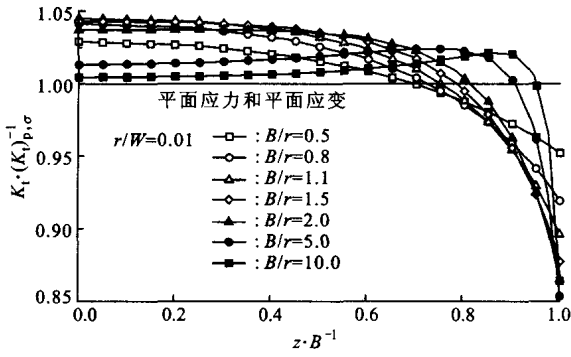


图2 不同厚度板圆孔边缘应力集中系数沿厚度的分布规律

的板. 当 B/r 大于 015 后, 随着 B/r 的增加, $K_t/(K_t)_p$ 还将进一步增加, 直到 B/r 大约等于 110 时达到 $K_t/(K_t)_p$ 的极大值. 随着 B/r 继续增加, $K_t/(K_t)_p$ 降低, $K_t/(K_t)_p$ 随厚度变化的极大值超过 11045, 即板厚中面应力的最大值 σ_{max} 比平面状态理论值大, 其增量可达 415%. 同时, 随着 B/r 的增加, 应力集中点的最大应力和应力集中系数沿板厚分布的不均匀程度明显增大, 其分布方式也发生变化. 最大应力点的应力和应力集中系数在表面最低, 其最大值的位置并不总是在厚度中面上, 而是与 B/r 有关. 应力集中系数最低和最高值的差值随着 B/r 的增大而增大, 例如当 $B/r = 1010$ 时, 其差值超过 15%.

212 应力集中系数与厚度的关系

图 3 为不同半径圆孔边缘应力集中系数与厚度的关系, 纵坐标中的 K_t 分别代表 $(K_t)_{mp}$ 和 $(K_t)_{max}$. $(K_t)_{mp}$ 为板厚度中面 ($z=0$ 平面) 圆孔边缘的应力集中系数, $(K_t)_{max}$ 为圆孔边缘的最大应力集中系数. 从图中可以看出, $(K_t)_{mp}/(K_t)_p$ 及 $(K_t)_{max}/(K_t)_p$ 是相对厚度 B/r 的函数. $(K_t)_{mp}/(K_t)_p$ 从 $B/r=0$ (平面应力状态) 开始随着 B/r 的增大逐渐增大, 在某一 B/r 值 (约为 1) 时达到最大值 $(K_t)_{mp,max}/(K_t)_p$, 然后随着 B/r 增加而减小, 逐渐趋近于 1, 即 $(K_t)_{mp}$ 趋近于平面应变时的应力集中系数 (与平面应力时的应力集中系数相同). 从图 2 可以看出, 当厚度较小时, 圆孔边缘最大应力集中系数 $(K_t)_{max}$ 的位置就在板的厚度中面, 此时在图 3 中 $(K_t)_{mp}/(K_t)_p$ 和 $(K_t)_{max}/(K_t)_p$ 两条曲线重合. 因此, $(K_t)_{max}/(K_t)_p$ 从 $B/r=0$ 开始随着 B/r 的增大逐渐增大, 在某一 B/r 值 (约为 1) 时达到最大值, 然后随着 B/r 的增加而减小. 当厚度增加到一定值后, 圆孔边缘的最大应力和应力集中系数随着厚度增加

而逐渐远离厚度中面, 最大应力集中系数 $(K_t)_{max}$ 与中面应力集中系数 $(K_t)_{mp}$ 的差值也逐渐增大. $(K_t)_{max}/(K_t)_p$ 随着 B/r 的增加而迅速趋近于一个常数, 该常数大于 1.

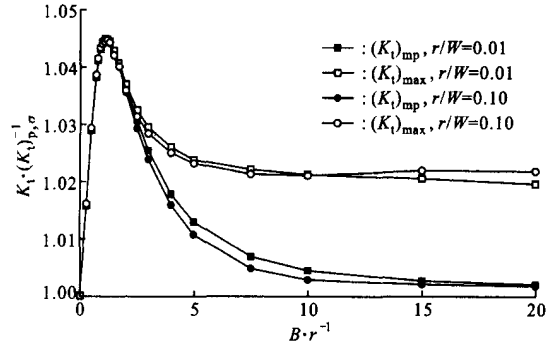


图3 不同半径圆孔边缘应力集中系数与厚度的关系

由以上分析可知, 含圆孔有限厚度板的应力集中具有强烈的三维效应, 其中面应力集中系数 $(K_t)_{mp}$ 及最大应力集中系数 $(K_t)_{max}$ 均大于平面应力或平面应变的应力集中系数. 因此, 在实际工程中对有限厚度圆孔问题, 按平面应力或平面应变来考虑是不安全的.

213 圆孔边缘附近应力集中系数和面内应力约束系数的分布

图 4 为 $r/W = 0101$ 时不同厚度中面应力集中系数沿 x 方向的分布, 图中 x 表示 $y=0$ 时到圆孔边缘的距离. 应力集中系数在圆孔边缘最高, 随 x 的增加而迅速降低. 如前所述, $(K_t)_{max}$ 和 $(K_t)_{mp}$ 与板的厚度有关. 将不同 r/W 和不同 B/r 的板的中面应力集中系数 K_t 用其中面圆孔边缘的应力集中系数 $(K_t)_{mp}$ 归一化后, $K_t/(K_t)_{mp}$ 沿 x 方向的分布与 r/W 和 B/r 无关, 是 x/r 的单调下降函数.

显然, 在 $y=0$ 的圆孔边缘 $x=0$, 面内应力约

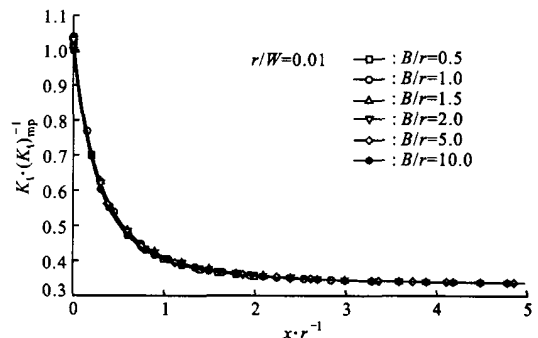


图4 中面应力集中系数沿 x 方向的分布

束系数 T_x 在该点为 0. 图 5 为不同板厚时中面面内应力约束系数 T_x 沿 x 方向的分布, 随着离圆孔边缘距离的增加, T_x 急剧增加, 达到极大值后又迅速降低. 对于相同 r/W 的圆孔, 其 T_x 的极大值与板的厚度有关. 同样, 不同 r/W 时的 T_x 沿 x 方向的分布用圆孔半径归一化后, T_x 沿 x 方向的分布与 r/W 无关, 是 x/r 的函数. 因此, 面内应力和面内应力约束与 x/r 关系密切, 面内应力剧烈变化区域的长度大致与圆孔半径相当.

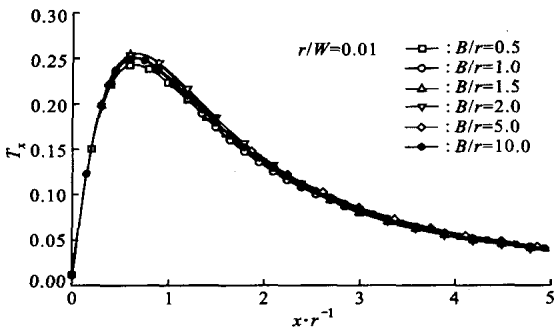


图 5 中面面内应力约束系数沿 x 方向的分布

2.4 圆孔边缘离面应力约束系数的分布

图 6 为 $r/W = 0.101$ 时, 不同厚度圆孔前缘的离面约束系数 T_z 沿厚度方向的变化规律. 板的中面 T_z 最大, 表面 ($z/B = 1$) $T_z = 0$. 板越厚中面 T_z 越大, 高 T_z 曲线所包围的面积逐渐增大, 但增加幅度随厚度的增加逐渐减小. 也就是说, 随着厚度增加, 高离面约束的厚度逐渐增大, 厚度较大的板圆孔边缘的离面应力约束较大, 板厚的大部分处于高离面应力约束区, 在接近表面时, T_z 急剧减小为 0. 板越厚、离圆孔边缘越近, 接近板表面处的 T_z 变化越剧烈.

图 7 为不同厚度时中面离面应力约束系数 T_z 沿 x 方向的分布, 可以看出: 板的厚度越小, 则圆孔边缘厚度中面的离面应力越小, T_z 也越小; 离圆孔

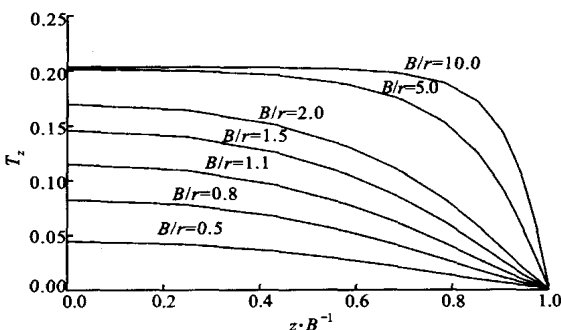


图 6 圆孔边缘离面应力约束系数沿 z 方向的分布

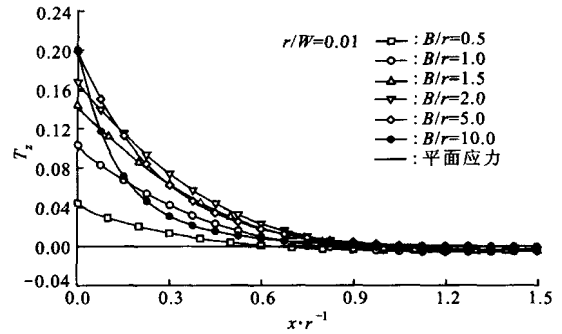


图 7 中面离面应力约束系数沿 x 方向的分布

边缘越远, 则厚度中面的 T_z 越小. 圆孔边缘附近的 T_z 是 z/B 和 x/B 的函数, 随厚度增加 T_z 增大, 离中面越近 T_z 越大, 当 $x/B = 0.19$ 时, 不同厚度板中面的 T_z 接近于 0. 因此, 离面应力约束在 x 方向的约束区长度大约与板厚度的一半相当.

3 结论

(1) 板中面的离面应力约束系数 T_z 最大, 表面为 0. 板越厚中面 T_z 越大, 随着厚度的增加, T_z 的增加率逐渐减小, 但离面应力约束厚度逐渐增大. 在圆孔边缘附近具有非常强烈的三维约束效应, 约束区的长度大约与板厚度的一半相当.

(2) 应力集中系数沿厚度的分布不是均匀的, 最大值及其位置与板的厚度有关, 当厚度较小时, 厚度中面的应力集中系数最大, 随着厚度增加应力集中系数最大值的位置逐渐向板表面移动, 板越厚最大值的位置距厚度中面越远. 厚度中面与表面的应力集中系数之差随着板厚的增加而增加.

(3) 板厚中面的应力集中系数及最大应力集中系数与相应的平面应力(或应变)时圆孔边缘的应力集中系数之比是 B/r 的函数, 从 $B/r = 0$ 开始随着 B/r 的增大而增大, 当达到最大值后随 B/r 的增加而减小. 板厚度中面的应力集中系数趋近于平面应变时的应力集中系数, 但最大应力集中系数则趋近于某个数值, 该数值大于平面应变时的应力集中系数.

(4) 沿板厚方向的最大应力集中系数大于平面应力或平面应变的应力集中系数, 因此对含圆孔有限厚度板问题, 按平面应力或平面应变来考虑是不安全的, 而 Sternberg 等人对含圆孔任意厚度板中圆孔边缘的应力分布及应力集中系数的近似三维求解, 仅适用于厚度较小的板, 当板超过一定厚度时同样也是不安全的. (下转第 984 页)

不同矿物质成分对于煤中氮的热迁徙规律有不同的作用.

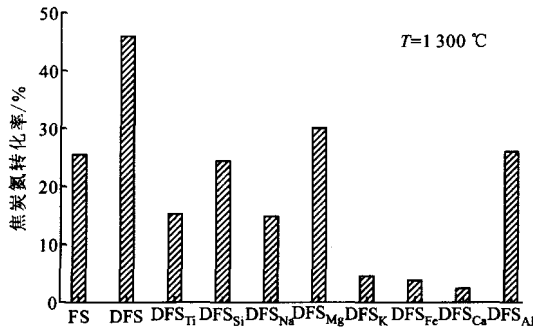


图5 矿物质成分对焦炭氮转化率的影响

3 结论

本文通过对碳含量为 7714% ~ 9311% (干燥无灰基) 的系列煤种在固定床反应器中热解,研究了加热速率为 20 /min 的缓慢热解条件下,煤阶、温度、脱灰以及煤中不同矿物质成分对焦炭氮转化率变化规律的影响,得到以下结论.

(1) 随着煤阶的增加,煤中氮在热解过程中析出进入挥发分的比例减小,残留于煤焦中的氮相应增加.当热解温度为 1 200 以下时,焦炭氮转化率在碳的质量分数为 90% (干燥无灰基) 时达到极值,然后随煤阶的增加略有下降;当热解温度上升到 1 200 时,焦炭氮转化率随煤阶的增加几乎线性增大.脱灰增加氮在煤焦中的残留,说明煤中矿物质对挥发分析出过程中氮的热迁徙有影响.对于低阶煤,

脱灰对氮的析出影响程度大于高阶煤.

(2) 当温度升高时,煤中氮向挥发分中析出的比例急剧增加,导致焦炭氮转化率随温度升高而线性减小.

(3) 不同矿物质的成分对氮在挥发分析出过程中热迁徙的影响不同.对于抚顺煤,灰分中的 Ti、Na、K、Fe 和 Ca 等矿物质成分促进氮从煤焦中析出并进入挥发分进而形成含氮气态产物进入均相反应, Mg 的存在抑制氮的析出,而 Si 和 Al 对于氮的热迁徙没有明显作用.

参考文献:

- [1] Garborg P, Jensen A D, Johnsson J E. Fuel nitrogen conversion in solid fuel fired system [J]. Progress in Energy and Combustion Science, 2003, 29(6): 89 - 113.
- [2] Thomas KM. The release of nitrogen oxides during char combustion [J]. Fuel, 1997, 76(6): 457 - 473.
- [3] Xu W C, Kumagai M. Nitrogen evolution during rapid drop2 rolysis of coal [J]. Fuel, 2002, 81(7): 2 325 - 2 334.
- [4] Wu Zhiheng, Sugimoto Y, Kawashima H. Effect of demine2 alization and catalyst addition on N₂ formation during coal py2 rolysis and on char gasification [J]. Fuel, 2003, 82(6): 2 057 - 2 064.
- [5] Tsubouchi N, Ohshima Y, Xu Chunbao, et al. Enhancement of N₂ formation from the nitrogen in carbon and coal by calci2 um [J]. Energy and Fuels, 2001, 15(5): 158 - 162.
- [6] Burchill P, Welch L S. Variation of nitrogen content and functionality with rank for some UK bituminous [J]. Fuel, 1989, 68(1): 100 - 104.

(编辑 王焕雪)

(上接第 974 页)

参考文献:

- [1] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1990: 1271 - 276.
- [2] Young W C, Budynas R G. Roark's formulas for stress and strain [M]. Seventh edition. New York: McGraw2Hill, 2002. 771 - 780.
- [3] Sternberg E, Sadowsky M A, Chicago I L L. Three2dimen2 sional solution for the stress concentration around a circular hole in a plate of arbitrary thickness [J]. J Appl Mech, 1949, 16(1): 27 - 36.
- [4] 张田忠, 郭万林, 杨 政. 有限厚度板圆孔应力集中的三维效应 [A]. 柳春图. 疲劳与断裂 2000 [C]. 北京: 气象出版社, 2000. 513 - 517.
- [5] Krishnaswamy S, Jin Z H, Batra R C. Stress concentration in an elastic Cosserat plate undergoing extensional deformations [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1998, 65(1): 66 - 70.
- [6] 宋锦良, 李玉琴. 有限变形下应力集中的三维效应 [J]. 实验力学, 1995, 10(3): 222 - 227.

(编辑 葛赵青)